

# ONDES : SUPERPOSITION

«La musique met l'âme en harmonie avec tout ce qui existe.»  
Oscar Wilde (1854-1900)

## I – Le principe de superposition

Une des propriétés la plus basique des ondes est la possibilité pour deux ondes de se combiner en une seule onde dont la perturbation résultante est donnée par le **principe de superposition**.

### Principe de Superposition

Quand une ou plusieurs ondes sont simultanément présentes en un point de l'espace, à un instant donnée, la perturbation résultante du milieu, en ce point et à ce même instant, est la somme des perturbations de chaque onde individuelle. D'un point de vue mathématique, la fonction d'onde totale est la somme des fonctions d'onde individuelle :

$$S_{tot}(x,t) = S_1(x,t) + S_2(x,t) + \dots = \sum_i S_i(x,t)$$



Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser uniquement à la **superposition de deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence**. On parle alors de **l'INTERFERENCE** de deux ondes. Deux cas seront étudiés :

⇒ Les deux ondes se propagent dans la même direction.

⇒ Les deux ondes se propagent dans des directions opposées, on obtiendra dans ce cas là une **ONDE STATIONNAIRE**.

## II – Interférence de deux ondes de même fréquence

### 2.1 Mise en place du problème

Dans la figure suivante, on considère deux haut-parleurs qui émettent chacun une onde acoustique de **même fréquence et de même amplitude dans la même direction le long de l'axe x positif**. Nous cherchons à déterminer ce qu'il se passe quand les deux ondes vont se superposer en un point de détection quelconque comme indiqué sur la figure.

Chaque fonction d'onde (la perturbation acoustique associée à chaque haut-parleur) peut s'écrire mathématiquement de la façon suivante :

$$S_1(x_1, t) = A \sin(kx_1 - \omega t + \phi_{10})$$

$$S_2(x_2, t) = A \sin(kx_2 - \omega t + \phi_{20})$$

⇒ Les deux ondes ont le même nombre d'onde  $k = 2\pi/\lambda$  et la même pulsation  $\omega = 2\pi f$ .

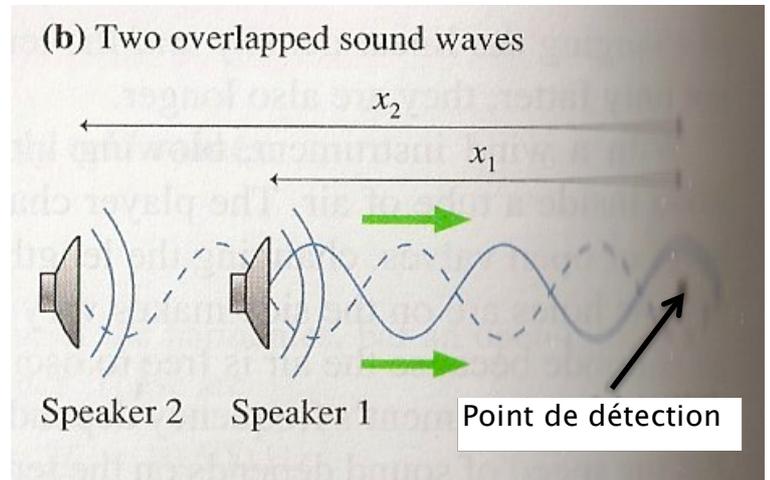
⇒  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont les **phases** des ondes.

⇒  $\phi_{10}$  et  $\phi_{20}$  sont les **phases à l'origine** des ondes et sont caractéristiques de la source et non pas du milieu de propagation. La figure 21.20 montre trois photos à l'instant  $t = 0$  d'ondes émises par des sources avec des phases à l'origine différentes. **La phase à l'origine nous indique ce que la source de l'onde fait à l'instant  $t = 0$ .**

## 2.2 Différence de phase, différence de marche

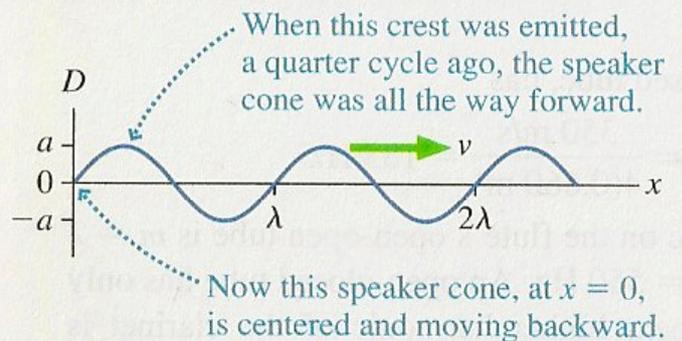
Pour comprendre le phénomène d'interférence, il faut se focaliser sur la phase des ondes et plus particulièrement la différence entre les deux phases  $\phi_1$  et  $\phi_2$  appelé la **différence de phase** et noté  $\Delta\phi$ . La lettre grecque delta est universellement utilisé pour indiquer la différence entre deux grandeurs de même nature.

$$\begin{aligned} \Delta\phi &\equiv \phi_2 - \phi_1 = (kx_2 - \omega t + \phi_{20}) - (kx_1 - \omega t + \phi_{10}) \\ &= k(x_2 - x_1) + (\phi_{20} - \phi_{10}) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x + \Delta\phi_0 \end{aligned}$$

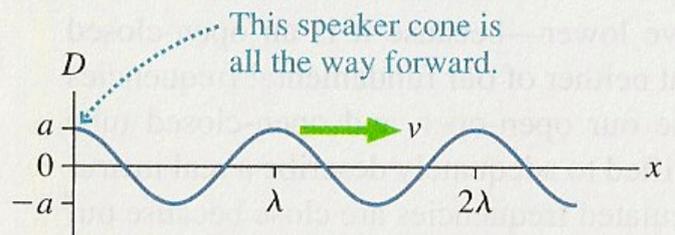


**FIGURE 21.20** Waves from three sources having phase constants  $\phi_0 = 0$  rad,  $\phi_0 = \pi/2$  rad, and  $\phi_0 = \pi$  rad.

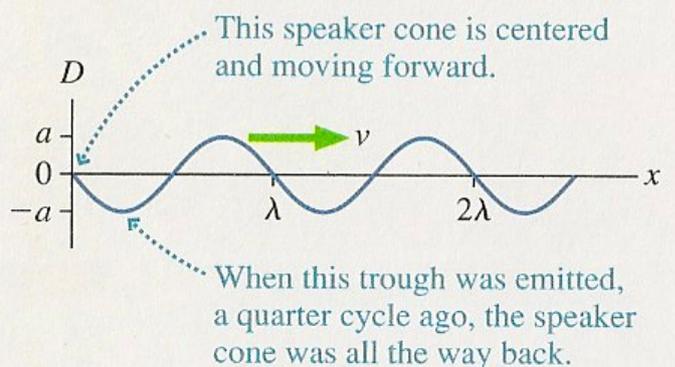
(a) Snapshot graph at  $t = 0$  for  $\phi_0 = 0$  rad



(b) Snapshot graph at  $t = 0$  for  $\phi_0 = \pi/2$  rad



(c) Snapshot graph at  $t = 0$  for  $\phi_0 = \pi$  rad



On retiendra donc le résultat donnant la différence de phase entre deux ondes de même fréquence :



### Différence de phase

$$\Delta\phi \equiv \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x + \Delta\phi_0$$

On peut voir que la différence de phase à deux contributions :

$\Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1$ , la distance entre les deux sources, est nommée la **différence de marche**. Elle correspond à la distance supplémentaire parcourue par l'onde 2 par rapport à l'onde 1 au point où les deux ondes vont se combiner.

$\Rightarrow \Delta\phi_0 \equiv \phi_{20} - \phi_{10}$ , la **différence de phase à l'origine entre les deux sources**. Si les deux sources sont identiques, ce que l'on va souvent considérer, on aura alors tout simplement  $\Delta\phi_0 = 0$ .

### **2.3 Fonction d'onde résultante : interférences constructives et interférences destructives**

Regardons de plus près la superposition de deux ondes de même amplitude et de même pulsation. La perturbation totale du milieu est donné par la somme des deux fonctions d'onde individuel :

$$S_{tot} = A \sin(kx_1 - \omega t + \phi_{10}) + A \sin(kx_2 - \omega t + \phi_{20}).$$

En utilisant la relation trigonométrique  $\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ , on obtient :

$$S_{tot} = \underbrace{\left[ 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right]}_{\text{amplitude}} \sin\left(kx_{moy} - \omega t + (\phi_0)_{moy}\right)$$

où  $\Delta\phi$  est la différence de phase,  $x_{moy} = (x_1 + x_2)/2$  la distance moyenne par rapport au deux sources et  $(\phi_0)_{moy} = (\phi_{10} + \phi_{20})/2$  la moyenne des phases à l'origine des deux sources. On constate donc que  $S_{tot}$  à la forme d'une onde progressive harmonique avec pour amplitude :

$$\text{amplitude} = \left| 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$$

$\Rightarrow$  L'amplitude de l'onde résultante maximale vaut  $2A$  quand  $\cos(\Delta\phi/2) = \pm 1$  c'est-à-dire lorsque :

$$\Delta\phi = n \times 2\pi \quad \text{avec } n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{soit } \Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$$

Dans ce cas là, on parle **d'interférence constructive** et on dit que **les ondes sont en phase**.

Pour deux sources identiques  $\Delta\phi_0 = 0$ , les interférences constructives se produisent pour :

$$\Delta x = n \times \lambda \quad \text{soit} \quad \Delta x = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$$

**Deux sources identiques produisent des interférences constructives quand leur différence de marche est un multiple entier de la longueur d'onde.** Physiquement comme cela est illustré sur la figure 21.21 (a), les ondes sont en phases, leurs maximums sont décalés d'une longueur d'onde, ils se superposent, les ondes se « renforcent » pour produire une onde résultante d'amplitude plus importante.

⇒ L'amplitude de l'onde résultante minimale vaut 0 quand  $\cos(\Delta\phi/2) = 0$  c'est-à-dire lorsque :

$$\Delta\phi = (2n + 1) \times \pi \quad \text{soit} \quad \Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$$

Dans ce cas là, on parle **d'interférences destructives** et on dit que **les ondes sont en opposition de phase**. Pour deux sources identiques  $\Delta\phi_0 = 0$ , les interférences constructives se produisent pour :

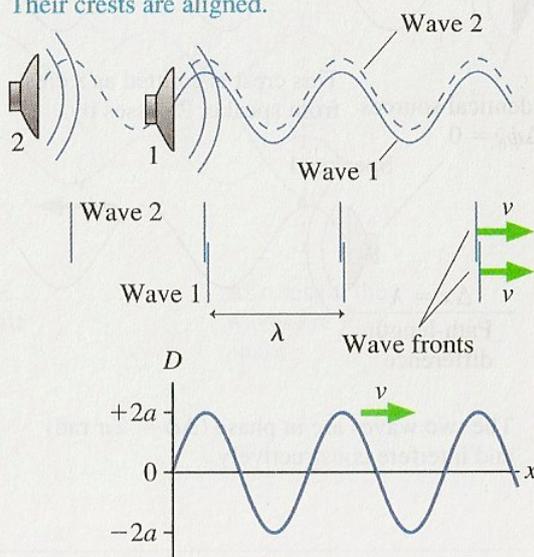
$$\Delta x = (n + 1/2) \times \lambda \quad \text{soit} \quad \Delta x = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, 7\lambda/2, \dots$$

**Deux sources identiques produisent des interférences destructives quand leur différence de marche vaut un demi entier de la longueur d'onde.** Physiquement comme cela est illustré sur la figure 21.23 (a), les ondes sont en opposition de phases, le maximum de l'une correspond au minimum de l'autre car elles sont décalés d'un multiple d'une demi longueur d'onde, les ondes se « détruisent » pour produire une onde résultante d'amplitude nulle.

**FIGURE 21.21** Constructive and destructive interference of two waves traveling along the x-axis.

**(a) Constructive interference**

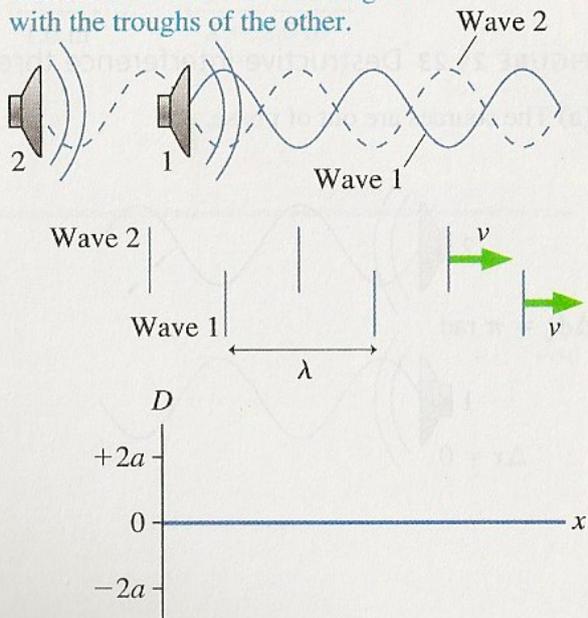
These two waves are in phase. Their crests are aligned.



Their superposition produces a traveling wave moving to the right with amplitude  $2a$ . This is maximum constructive interference.

**(b) Destructive interference**

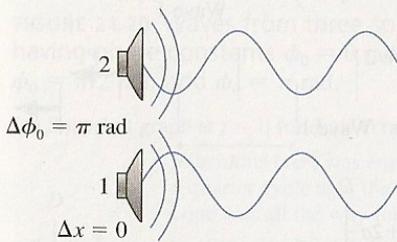
These two waves are out of phase. The crests of one wave are aligned with the troughs of the other.



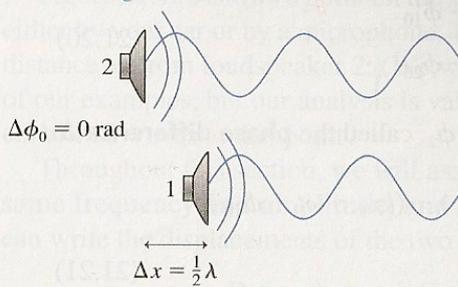
Their superposition produces a wave with zero amplitude. This is perfect destructive interference.

FIGURE 21.23 Destructive interference three ways.

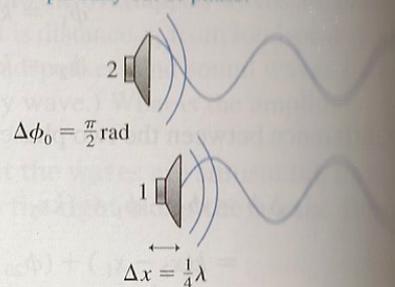
(a) The sources are out of phase.



(b) Identical sources are separated by half a wavelength.



(c) The sources are both separated and partially out of phase.



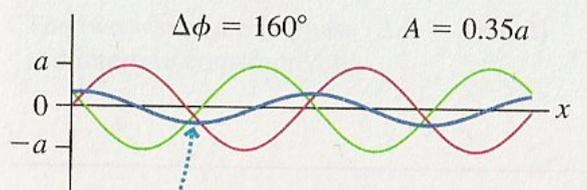
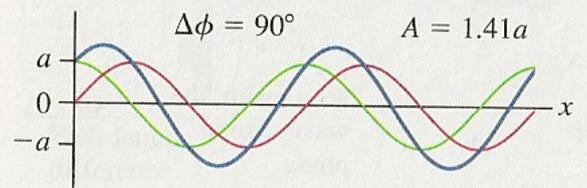
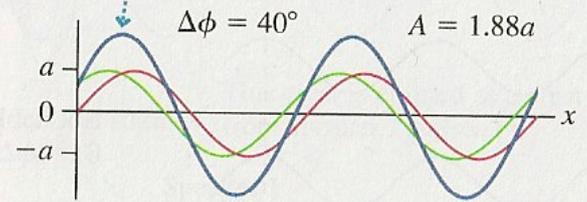
**Note :** Une interférence destructive parfaite (cas où l'amplitude de l'onde résultante est nulle) n'est possible que dans le cas où l'amplitude des deux ondes est identique comme nous l'avons supposé. Deux ondes d'amplitude différente peuvent interférer de façon destructive mais l'annulation ne sera pas parfaite ; l'onde résultante aura une amplitude faible mais pas nulle.

La tableau ci dessous résume la situation sur les interférences.

<b>Interférences constructives</b>	<b>Interférences destructives</b>
$\Delta\phi = n \times 2\pi$ avec $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ soit $\Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$	$\Delta\phi = (2n + 1) \times \pi$ avec $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ soit $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \dots$
<b>Si sources identiques (<math>\Delta\phi_0 = 0</math>)</b>	
$\Delta x = n \times \lambda$ soit $\Delta x = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$	$\Delta x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \times \lambda$ soit $\Delta x = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2}, \dots$

**FIGURE 21.25** The interference of two waves for three different values of the phase difference.

For  $\Delta\phi = 40^\circ$ , the interference is constructive but not maximum constructive.



For  $\Delta\phi = 160^\circ$ , the interference is destructive but not perfect destructive.

Pour un déphasage  $\Delta\phi$  quelconque, l'interférence des deux ondes va produire une onde résultante dont l'amplitude sera comprise entre 0 et  $2A$ . Cela est illustré sur la figure 21.25 ci contre.

### Exercice d'application 1

Deux haut-parleurs émettent chacun une onde acoustique de fréquence 500 Hz et d'amplitude 0,10 Pa. Le haut-parleur 2 est placé à 1 m devant le haut-parleur 1 et la différence de phase à l'origine entre les deux haut-parleurs vaut  $90^\circ$ .

Que vaut l'amplitude de l'onde acoustique à 2 m devant le haut parleur 1 ? Conclusion ?

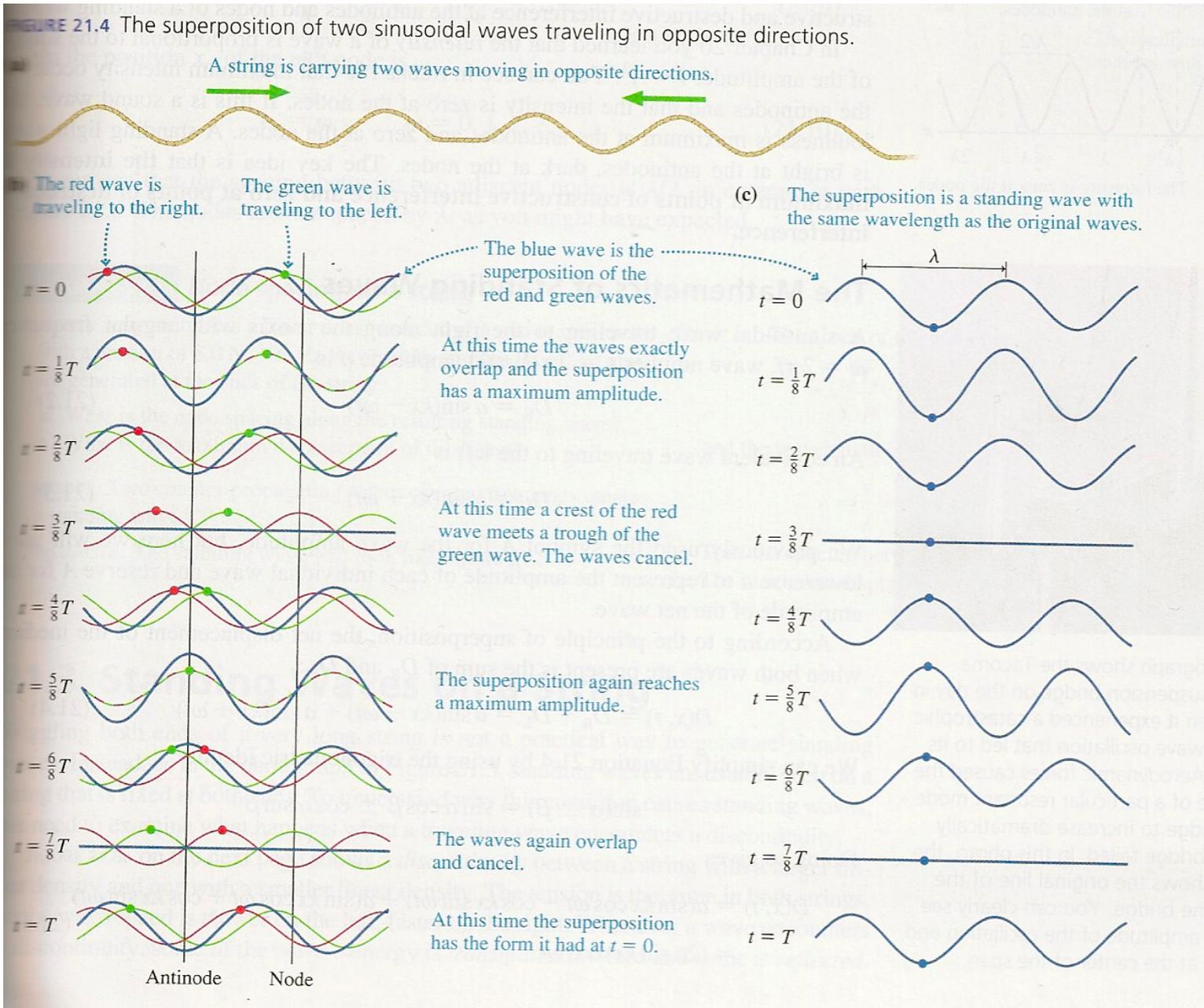


# III - Onde stationnaire

## 3.1 Généralités

En présence d'une onde progressive, comme nous l'avons déjà vu, les particules qui constituent le milieu de propagation oscillent, tandis que l'énergie de l'onde est transportée d'un endroit à un autre. En présence d'une **onde stationnaire**, il y a oscillation des particules qui constituent le milieu de propagation **mais l'énergie « demeure en place »**.

## 3.2 Première description



On considère deux ondes progressives harmoniques de même fréquence et de même amplitude se propageant dans **deux direction opposées**, une vers la droite et l'autre vers la gauche. L'onde résultante est obtenue par la superposition de ondes. Cela est illustré sur la figure ci-dessus 21.4, où l'onde résultante est représentée à différents instants en bleue. **On constate que cette onde ne se déplace ni à gauche ni à droite. Cette onde est appelée stationnaire**

car les « creux » et les « crêtes » restent « sur place », aucune énergie ne se propage, elle oscille sur place !

### 3.3 Description mathématiques

L'onde qui se déplace vers la droite s'écrit  $S_D = A\sin(kx - \omega t)$  et celle qui se déplace vers la gauche  $S_G = A\sin(kx + \omega t)$ . On suppose que les ondes n'ont pas de phase à l'origine, cela ne change rien aux résultats généraux que l'on va obtenir. L'onde totale dans la milieu est la somme des ces deux ondes :

$$S_{stat} = S_G + S_D = A\sin(kx + \omega t) + A\sin(kx - \omega t)$$

En utilisant la relation trigonométrique  $\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ , on obtient :

$$S_{stat} = \underbrace{[2A\sin(kx)]}_{\text{amplitude}} \cos(\omega t)$$

On constate que  $S_{stat}$  n'est ni une fonction de la variable  $x - vt$  ni une fonction de la variable  $x + vt$ . Il ne s'agit pas d'une onde progressive. A la place, le terme dans décrit un milieu dans lequel **chaque point oscille de façon harmonique** avec la fréquence  $f = \omega/2\pi$ . Le terme  $2A\sin(kx)$  donne l'amplitude des oscillations pour une particule à la position  $x$ .

⇒ **LES NŒUDS** de l'onde stationnaire correspondent aux points d'amplitude nulle, il s'agit de points qui n'oscillent pas. Ils sont donnés par :

$$2A\sin(kx) = 0$$

La fonction sin s'annule si son argument est un multiple entier de  $\pi$  rad soit :

$$kx_{noeud} = \frac{2\pi}{\lambda} x_{noeud} = n\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Ainsi les diverses positions  $x_{noeud}$  des  $n$  nœuds se trouvent en :

$$x_{noeud} = n \frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \underline{\text{position des nœuds}}$$

Ces points sont remarquables car  $S_{tot}(x_{noeud}, t) = 0$  pour chaque  $x_{noeud}$  et ceci à chaque instant  $t$  !

⇒ **LES VENTRES** de l'onde stationnaire correspondent aux points d'amplitude maximale. Ils sont donnés par :

$$|\sin(kx)| = 1$$

soit :

$$kx_{\text{ventre}} = \frac{2\pi}{\lambda} x_{\text{ventre}} = (n + 1/2)\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

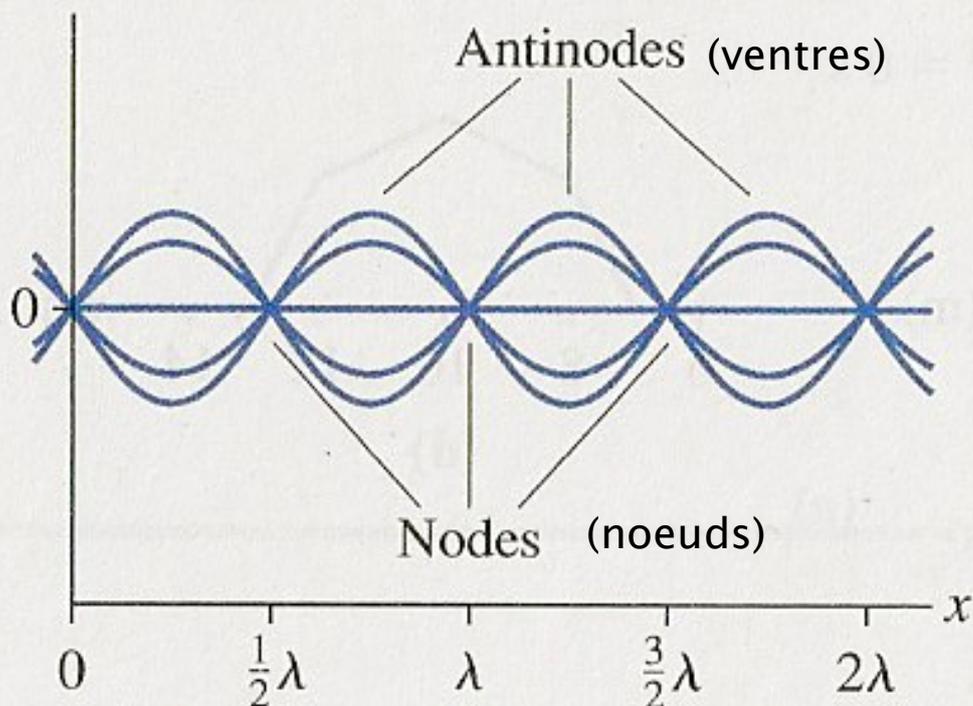
Ainsi les divers position  $x_{\text{ventre}}$  des  $n$  ventres se trouve en :

$$x_{\text{ventre}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{position des ventres}$$

On constate donc que la distance entre deux ventres consécutifs ou deux nœuds consécutifs vaut  $\lambda/2$  et la distance entre un nœud et un ventre consécutifs vaut  $\lambda/4$ . Ces résultats sont illustrés sur la figure 12,51 ci-dessous.

**FIGURE 21.5** Standing waves are often represented as they would be seen in a time-lapse photograph.

amplitude



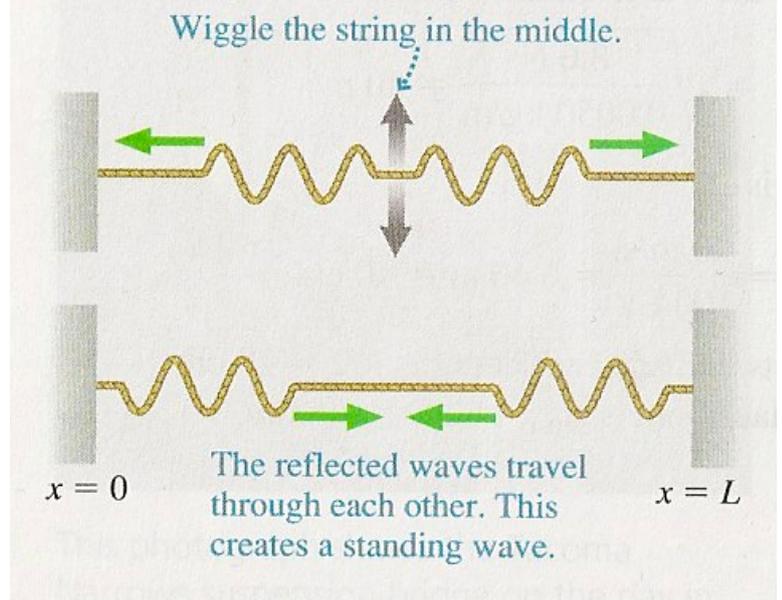
The nodes and antinodes are spaced  $\lambda/2$  apart.

### 3.4 Production d'une onde stationnaire, modes propres

Il existe une méthode simple pour produire une onde stationnaire, vous l'avez sans doute déjà expérimenté !

Considérons une corde fixée en ses deux extrémités comme une corde de guitare. Si on la pince en son milieu, on produit deux ondes progressives harmoniques de même qui se propagent dans les deux directions opposées (cf. figure 21.10 ci-contre). Chaque onde va se réfléchir à l'une des extrémités de la corde pour repartir dans l'autre direction. Ainsi la réflexion va permettre d'obtenir **la superposition de des deux ondes progressives de même fréquence, de même amplitude mais se propageant dans deux directions opposées**, on a les conditions d'obtention d'une onde stationnaire.

FIGURE 21.10 Reflections at the two boundaries cause a standing wave on the string.



Etant donnée que la corde est fixe en ses deux extrémités, il s'agit de nœuds de l'onde stationnaire. La distance entre les nœuds vaut  $\lambda/2$ , la longueur de la corde ne peut être qu'un multiple entier de  $\lambda/2$  donc  $\ell = n\lambda/2$  avec  $n$  un entier positif. On a donc un résultat intéressant, **seules certaines longueurs d'ondes sont possibles** et elles sont données par :

Longueurs d'onde autorisées

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n} \quad \text{avec } n = 1, 2, 3, \dots$$

Si on connaît la vitesse  $v$  de propagation de l'onde, on obtient les fréquences autorisées :

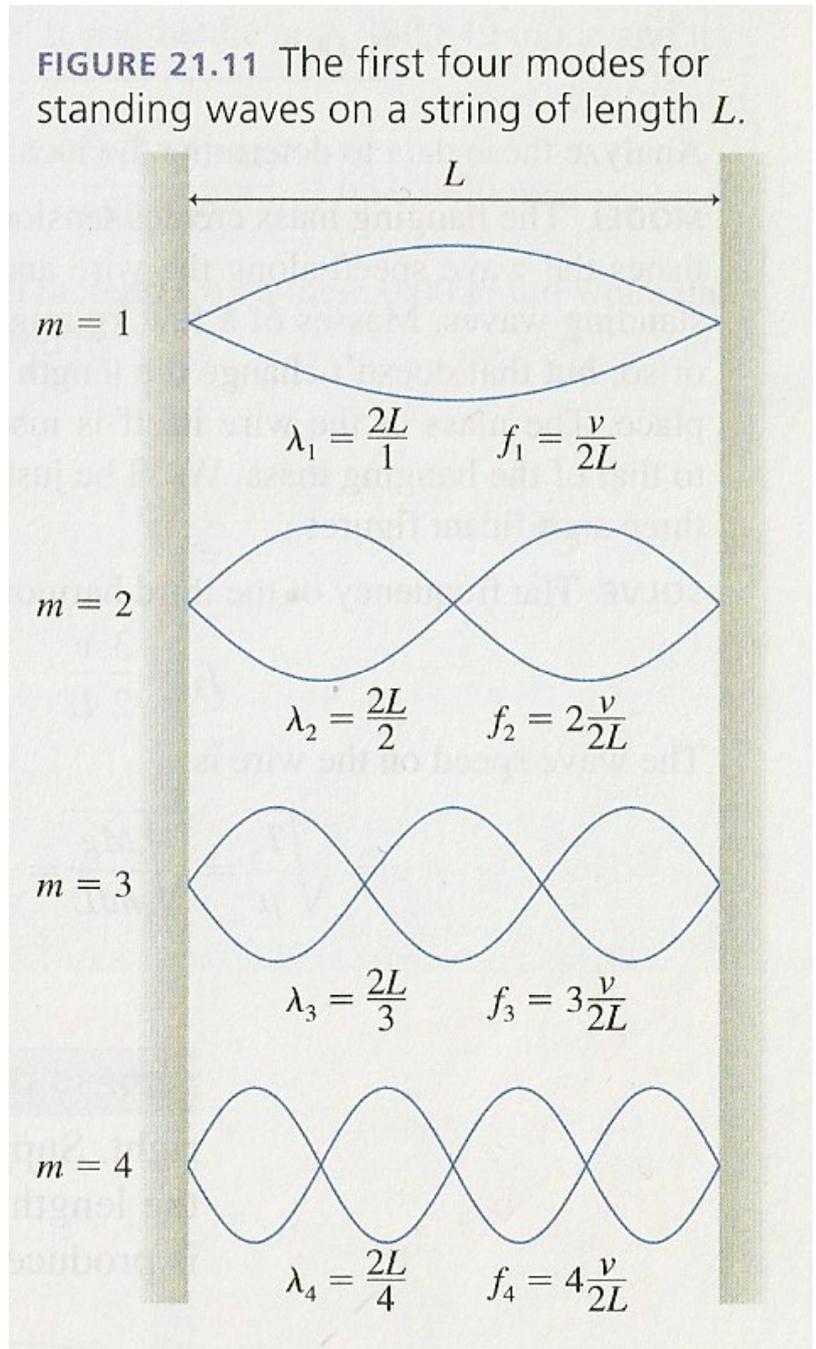
Fréquences autorisées

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2\ell/n} = n \frac{v}{2\ell} \quad \text{avec } n = 1, 2, 3, \dots$$

La figure 21.11 ci dessous illustre ces résultats.

Il faut noter les points suivants :

- La fréquence la plus faible  $f_1 = v/2\ell$  pour  $n=1$  s'appelle la **fréquence fondamentale** (ou simplement le **fondamental**). Elle correspond à  $\lambda = 2\ell$ .
- Les fréquences suivantes, plus hautes, s'appellent **les harmoniques**.
- Pour chaque harmonique de rang  $n$ , il y a  $n$  ventres et  $n+1$  nœuds.
- la vibration harmonique de rang  $n$ , s'appelle une **mode propre de vibration**.
- La fondamentale et les harmoniques forment une série de fréquences :  $f_1, 2f_1, 3f_1, 4f_1, \dots$

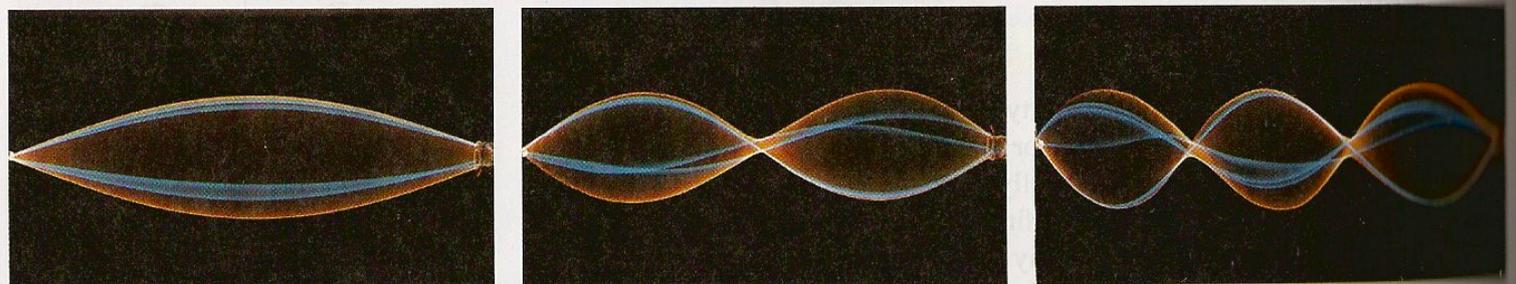


La figure ci-dessous montre les vibrations d'une corde réelle pour les trois premiers modes propres.

(a) String is one-half wavelength long.

(b) String is one wavelength long.

(c) String is one and a half wavelengths long.



Lorsque l'on pince une corde au « hasard » de longueur  $\ell$ , il y a peu de chance que l'on arrive à la faire vibrer exactement suivant un mode propre. La vibration la plus générale sera une

**combinaison linéaire** (une somme), des différents modes propres possibles à l'image d'un vecteur quelconque du plan qui est une combinaison linéaire des vecteurs de base  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$ .

Si vous jouez un Do sur une corde de guitare, vous obtiendrez le fondamental correspondant à la fréquence du Do joué plus un certain nombre des harmoniques suivantes. C'est cela qui fait la richesse acoustique d'un instrument, on parle du **timbre** d'un instrument. Le nombre d'harmoniques présentes dépend du type d'instrument d'où des sonorités, des timbres, distinctes.

### **Exercice d'application 2**

Une corde de violon de 32 cm est accordée pour jouer un La (en dessous du Do moyen) à 440 Hz.

- a) Déterminer la longueur d'onde de la vibration du fondamental de la corde.
- b) Déterminer la fréquence et la longueur d'onde de l'onde acoustique (sonore) ainsi produite ?
- c) Pourquoi les deux longueurs précédemment calculées sont-elles différentes ?

**Données :** Vitesse du son dans l'air à 20°C = 343 m·s<sup>-1</sup>.

# IV – Comparaison onde progressive - onde stationnaire

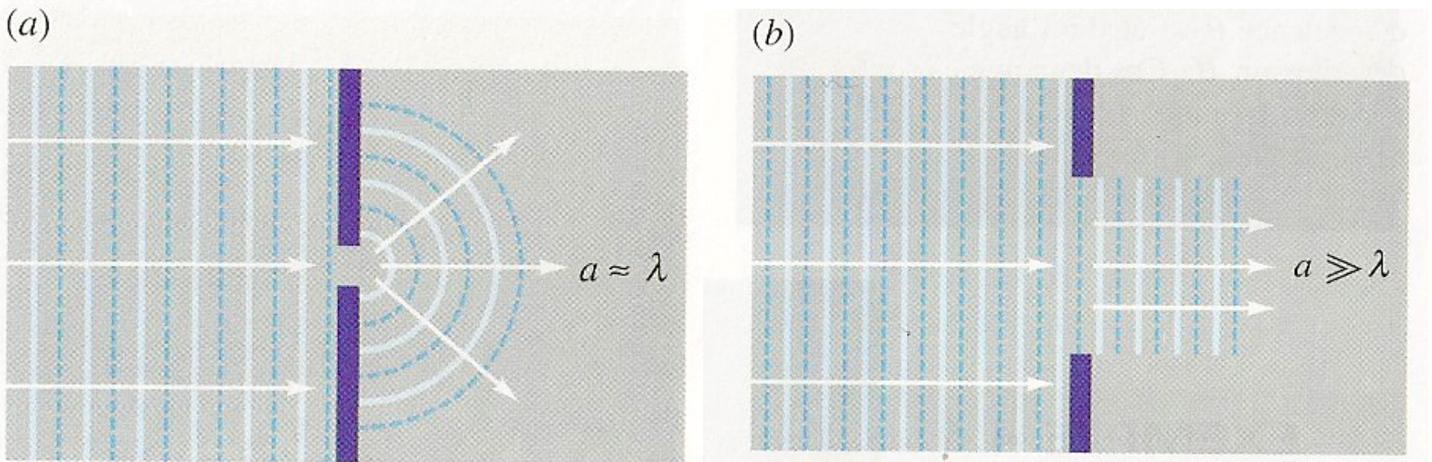
## ÉTUDE COMPARATIVE ENTRE L'ONDE PROGRESSIVE ET L'ONDE STATIONNAIRE DANS LE CAS PARTICULIER D'UNE CORDE ÉLASTIQUE.

	Onde progressive	Onde stationnaire
<b>Animation</b>		
<b>Amplitude de l'élongation</b>	L'amplitude de l'élongation est identique pour tous les points de la corde.	L'amplitude de l'élongation est fonction de la position du point considéré.
<b>Phase</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— La phase est variable suivant les points considérés.</li> <li>— Deux points quelconques distants de <math>\lambda</math> vibrent en phase.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— La phase est la même pour tous les points situés entre deux nœuds de déplacement.</li> <li>— Les points appartenant à deux fuseaux contigus sont en opposition de phase.</li> </ul>
<b>Propagation</b>	Progression de l'onde avec la célérité $c$ .	Pas de progression de l'onde.
<b>Condition</b>	On évite la réflexion à l'extrémité de la corde opposée à la source.	On recherche la réflexion à l'extrémité de la corde opposée à la source.
<b>Périodicité temporelle</b>	Périodicité de vibration identique pour tous les points de la corde et égale à la période de la source.	
<b>Périodicité spatiale</b>	Le motif (de longueur $\lambda$ ) se propage avec la célérité $c$ (voir la figure).	Le motif se déforme sur place (voir la figure).
<b>Déformation</b>	Toutes les parties de la corde sont soumises, au cours du temps, aux mêmes déformations.	Certaines parties de la corde ne se déforment pas (ventres de déplacement); alors que d'autres subissent des contraintes maximales (nœuds de déplacement).

## IV- Interférence en optique, expérience des fentes de Young

### 5.1 Le phénomène de diffraction : rappels et compléments

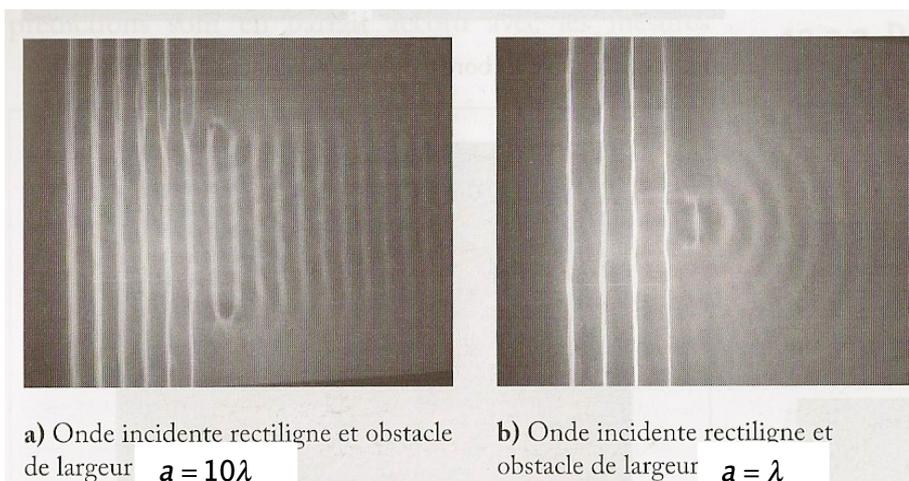
Quand la lumière passe à travers une fente fine, elle se répand au-delà de la seule direction rectiligne prévue par l'optique géométrique (cf. cours sur l'optique géométrique). Ce phénomène est propre aux ondes, on observe la même chose pour les ondes sonores ou les ondes à la surface de l'eau, (cf figure ci-dessous), il s'appelle la **diffraction** (étude plus détaillée dans le programme de PT).



**Figure 4.3 ▲**

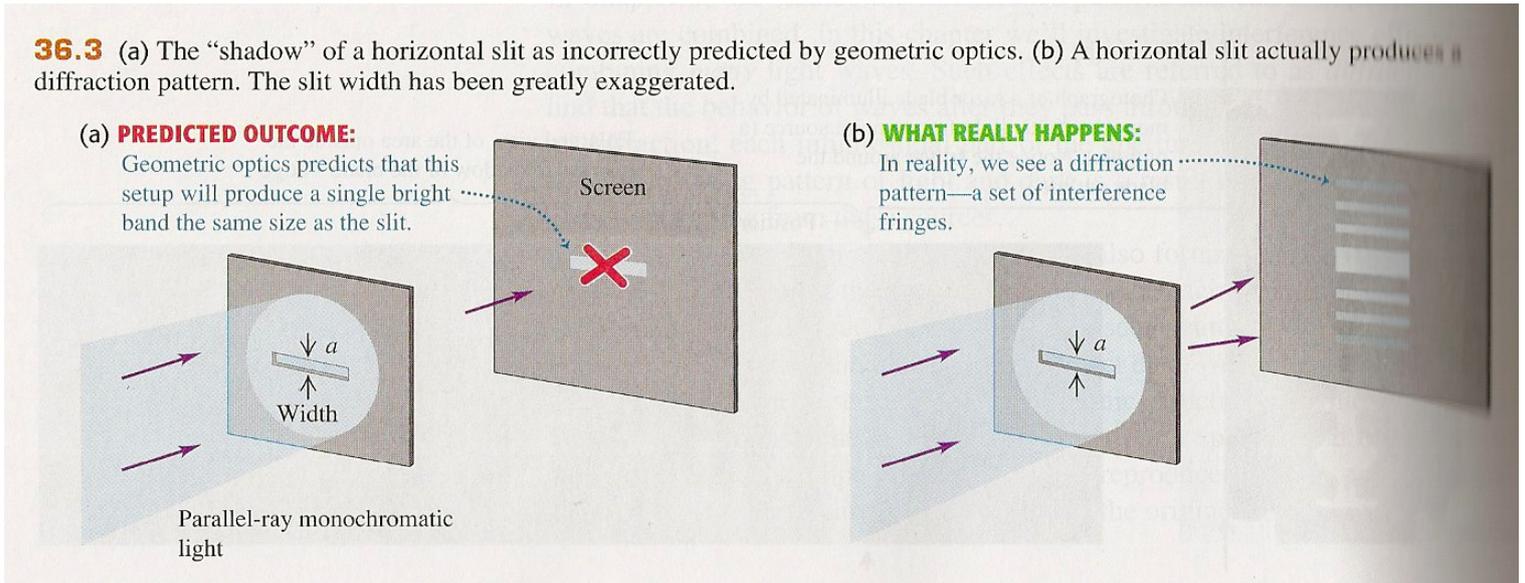
Passage d'une onde de longueur d'onde  $\lambda$  par une ouverture de dimension  $a$ . Les fronts d'onde sont représentés en bleu, et les rayons lumineux, en blanc. (a) Si  $a \approx \lambda$ , l'onde se propage dans toutes les directions vers la droite. Le changement de direction des rayons est appelé diffraction. (b) Si  $a \gg \lambda$ , l'onde continue de se propager dans la même direction.

On appelle **front d'onde** le lieu constitué de l'ensemble des points de l'espace qui, à un instant donné, possède la même phase pour la vibration de l'onde étudiée. En général, pour une onde progressive, **les fronts d'onde sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde, c'est-à-dire à la direction de propagation de l'énergie transportée par l'onde** (cf. cours de PT)



On constate que l'onde se propage rectilignement après l'obstacle tant que la dimension de ce dernier est supérieure à sa longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde en question.

La figure ci-dessous illustre ce qui se passe lorsqu'on envoie de la lumière (type faisceau laser) sur une fente fine. Au delà de l'image de la fente prédit par l'optique géométrique (nommée tache centrale), on observe l'apparition de tâches secondaires



Les figures ci-dessus montrent la répartition de l'énergie (ou intensité) lumineuse sur un écran placé loin de la fente (la distance écran-fente  $L$  est très supérieure à la largeur  $a$  de la fente, on parle dans ce cas là de diffraction à l'infini ou diffraction de Fraunhofer, cf. cours de PT). On constate que de l'énergie lumineuse se répartit de part et d'autre de la **tâche centrale** en **des tâches dites secondaires de moindre intensité**. Vous montrerez dans le cours de PT que l'angle  $\theta$  correspondant à la première extinction de lumière (cf. figure ci-dessus) est telle que :

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{\lambda}{a}$$

La largeur de la tache centrale  $d$  est liée à  $\theta$  part (cf. figure ci-dessus):

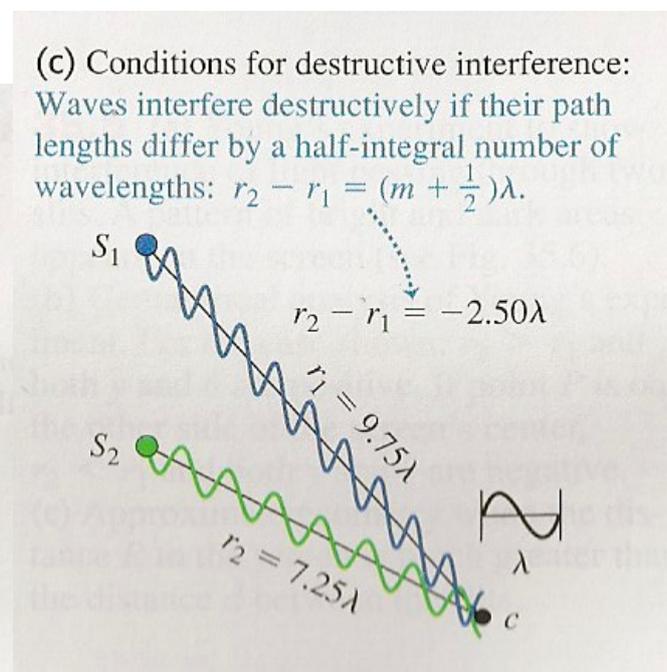
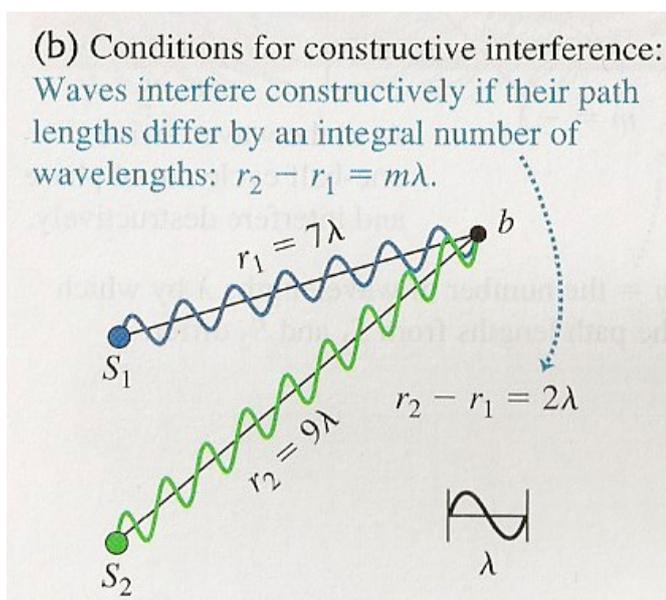
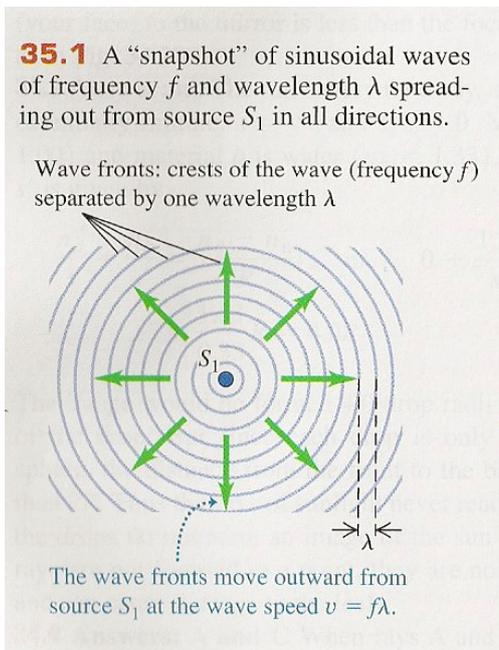
$$\tan\theta \approx \theta = \frac{d}{2L}$$

ordre de grandeur en optique  
 $\lambda \approx 500 \text{ nm}, L \approx 1 \text{ m}, a \approx 1 \text{ mm}$   
 $\Rightarrow \theta \approx 5 \times 10^{-4} \text{ rad } (1,5 \times 10^{-2} \text{ degré}) \text{ et } d \approx 2 \text{ mm}$

## 5.2 Interférences à deux dimensions

Dans ce cours, nous avons étudié le phénomène d'interférence de deux ondes synchrones se propageant uniquement suivant une direction. Mais dans le cas générale les ondes se propagent dans **deux ou trois directions de l'espace**. Les émetteurs d'ultrasons et les lasers produisent des ondes qui se propagent dans les trois directions de l'espace.

Dans de nombreux cas, comme de la fameuse expérience de Young, nous aurons à faire à des ondes se propageant dans deux directions de l'espace, **on parle d'ondes circulaires** (cf. figure ci-dessous à gauche). On aura le même type d'onde à la surface d'un lac lorsque l'on y jette un caillou ou lorsque l'on utilise une cuve à onde (cf. Figure ci-dessous à droite).



Considérons les figures ci-dessus où deux sources synchrones émettent des ondes dans toutes les directions de l'espace. On s'intéresse à l'onde résultante en un point  $P$  quelconque de l'espace.

La **différence de marche** en  $P$  s'écrit à présent  $\delta \equiv r_2 - r_1$ . Le déphasage correspondant vaudra

(ici les deux sources sont supposées identiques donc  $\Delta\phi_0$ ) :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

$\Rightarrow$  Si  $r_2 - r_1 = n\lambda$  (avec  $n$  entier), il y aura **interférence constructive** en  $P$ , les ondes se renforcent.

$\Rightarrow$  Si  $r_2 - r_1 = (n + 1/2)\lambda$  (avec  $n$  entier), il y aura **interférence destructives** en  $P$ , les ondes se détruisent.

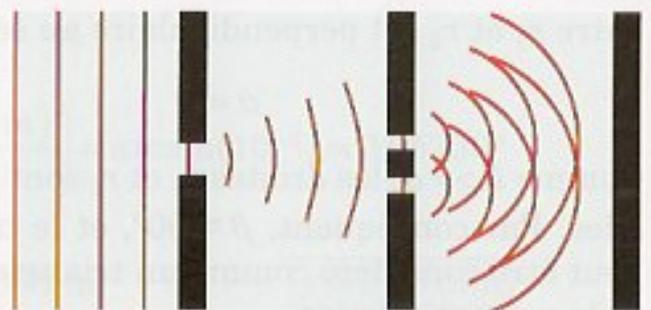
### **5.3 Expérience des trous de Young en optique : lumière + lumière = ?**

Source : Marc Séguin *et al.* « PHYSIQUE XXI, ondes et physique moderne » chez De Boeck

En 1802, Thomas Young a réalisé une expérience qui permet de déterminer la longueur d'onde de la lumière visible en exploitant le phénomène de l'interférence. Dans cette section, nous allons utiliser la théorie présentée dans la section précédente pour analyser son expérience.

Pour étudier l'interférence, on doit avoir deux sources qui émettent des ondes de même longueur d'onde en phase (ou, du moins, avec une différence de phase constante). Dans l'**expérience de Young**, les sources de lumière n'émettent pas dans toutes les directions, mais seulement dans un cône. C'est toutefois suffisant pour observer de l'interférence dans la région où les cônes se superposent. Pour obtenir une source qui émet un cône de lumière, Young a exploité le phénomène de la diffraction : lorsqu'une onde traverse une ouverture qui est relativement petite par rapport à sa longueur d'onde, la diffraction fait en sorte que l'ouverture « émet » des ondes en avant d'elle dans une région en forme de cône.

Dans l'expérience originelle de Young (schéma ci-contre), la lumière du Soleil passe par un premier masque (écran troué) percé d'un seul trou : le trou agit comme une source de lumière ponctuelle et émet un cône de lumière vers un deuxième masque dans lequel on a taillé deux petites fentes. Chacune des fentes



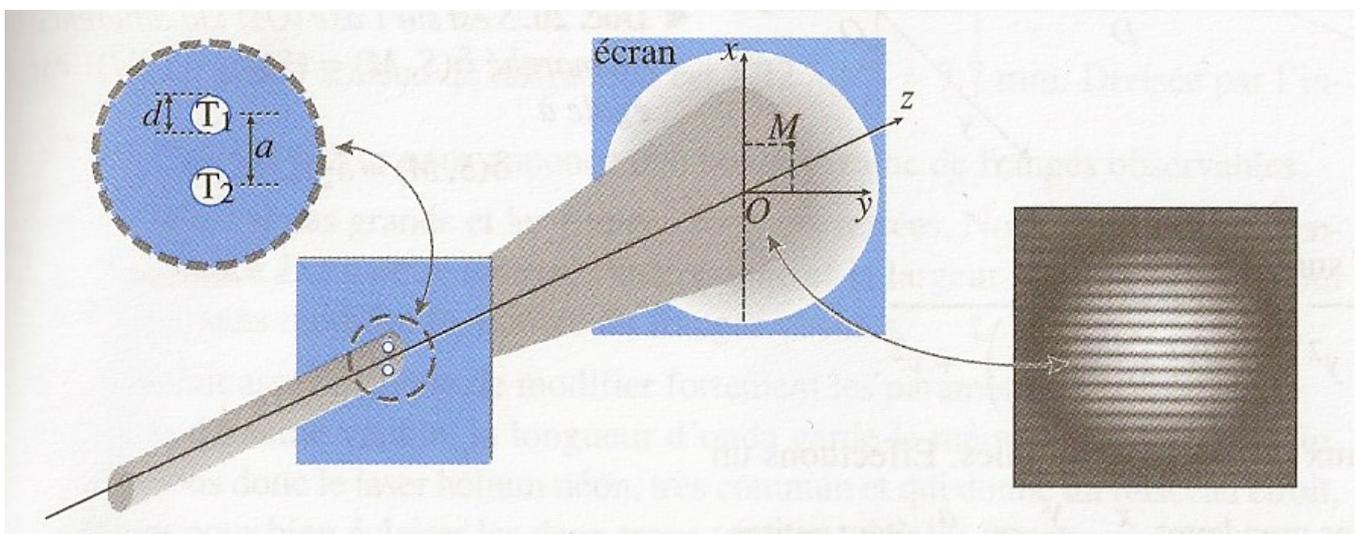
émet un cône de lumière ; il y a interférence entre les deux cônes de lumière, et on observe le résultat sur un écran. Le premier masque fait en sorte que les deux fentes sont « alimentées » par des crêtes et par des creux en même temps ; ainsi, les deux fentes émettent des ondes en phase.

Les ondes issues des deux fentes interfèrent entre elles. Sur l'écran, on observe une **figure d'interférence** (schéma ci-contre) constituée de *franges brillantes* (zones d'interférence constructive) et de *franges sombres* (zones d'interférence destructive). Pour obtenir des résultats intéressants, Young s'est aperçu que la distance entre les deux fentes doit être très petite (de l'ordre du millimètre).



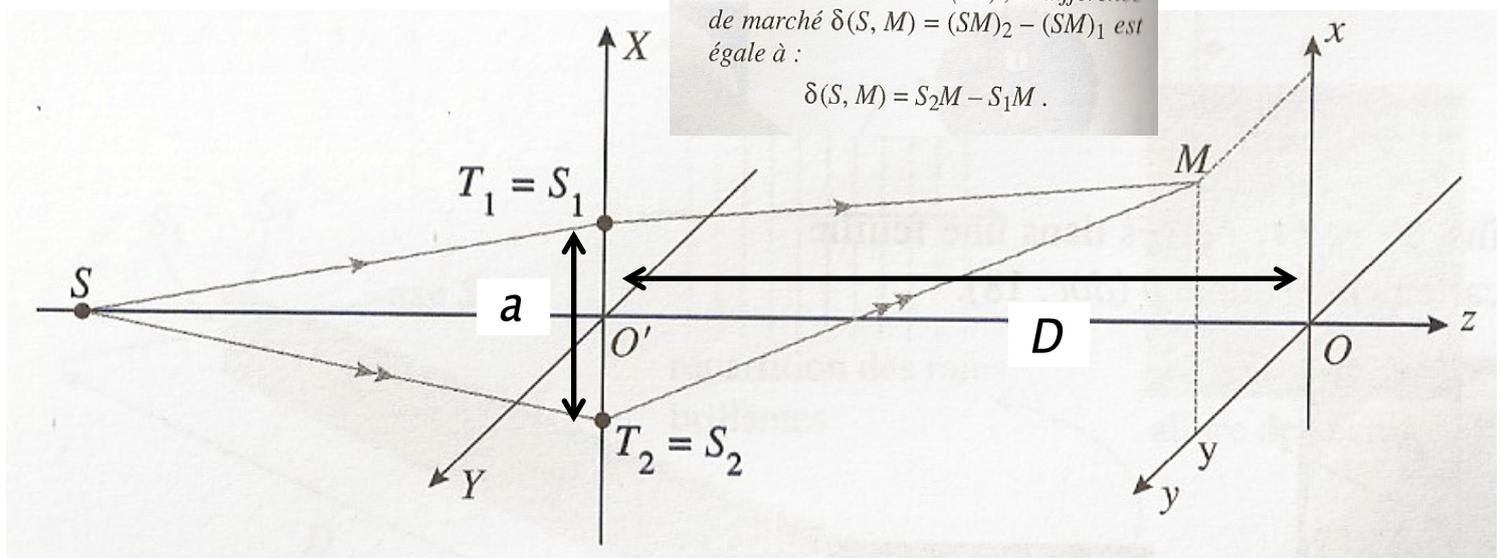
De nos jours, il est plus pratique d'effectuer l'expérience de Young à l'aide d'un laser, ce qui élimine la nécessité d'avoir un premier masque percé d'un seul trou. Comme les deux fentes sont très rapprochées, le faisceau laser les éclaire simultanément. De plus, la lumière émise par un laser est *monochromatique*: elle ne contient qu'une seule longueur d'onde. Comme la position des franges sur l'écran dépend de la longueur d'onde de la lumière, la figure d'interférence produite par de la lumière monochromatique est plus nette.

#### 5.4 Calcul de la différence de marche (ou différence de chemin optique) dans l'expérience des trous de Young



Doc. 18. Expérience des trous de Young (éclairés par un faisceau laser sous incidence normale).

◀ Doc. 20.  $S$  est sur l'axe  $(Oz)$  ; la différence de marche  $\delta(S, M) = (SM)_2 - (SM)_1$  est égale à :

$$\delta(S, M) = S_2M - S_1M .$$


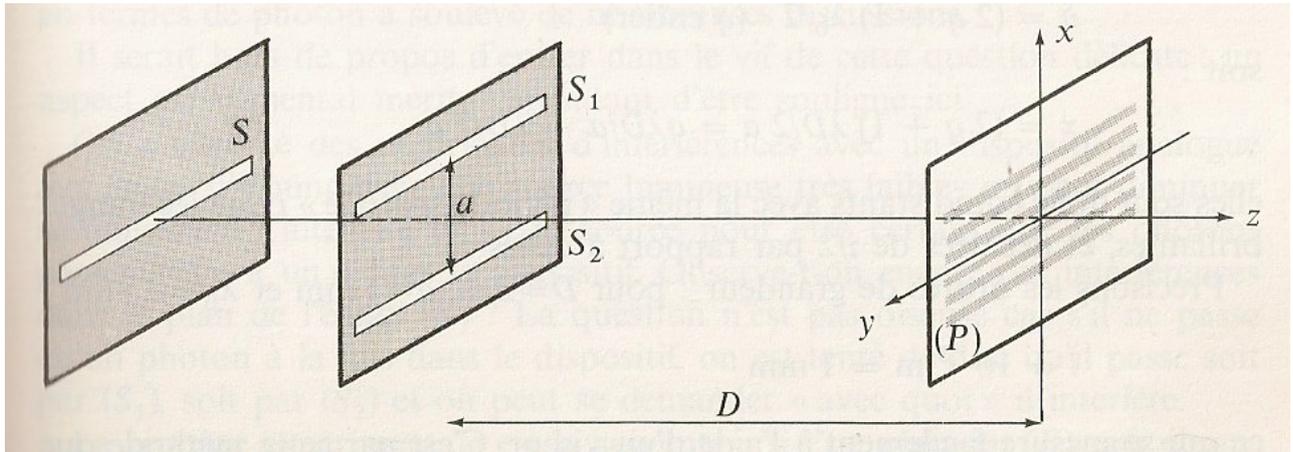
**Hypothèses de travail** : on travaille dans l'air  $n = 1$  et  $D \gg a$  et  $|x|$

(Calculs au tableau)

Différence de marche (ou de chemin optique) si  $D \gg a$  et  $|x|$

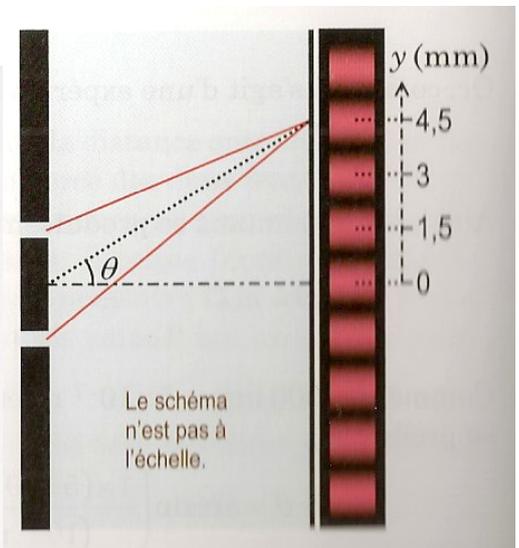
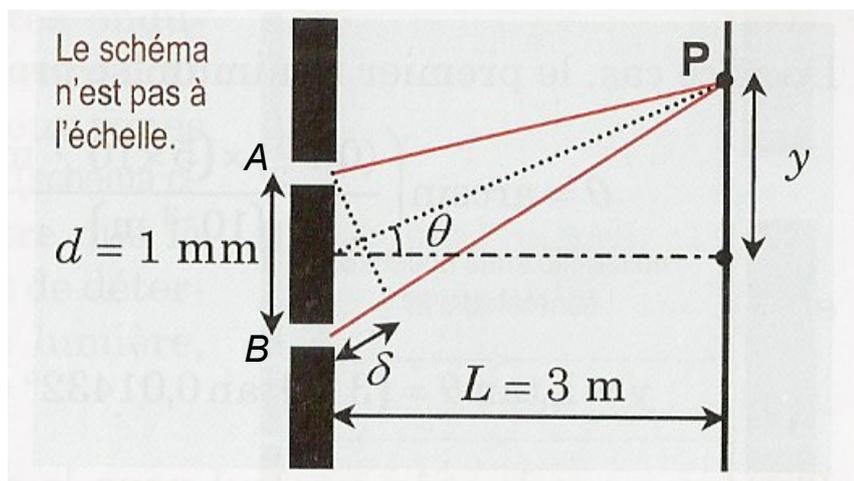
$$\delta(SM) = (S_2M) - (S_1M) \approx \frac{ax}{D}$$

**Remarques :** Les frangent d'interférence étant rectilignes, on peut remplacer les trous  $S_1$  et  $S_2$  ainsi que  $S$  par des fentes parallèles à  $Oy$  ; les phénomènes d'interférence provenant des différents point de la source se juxtaposent sans se brouiller et l'on obtient des phénomènes plus lumineux (cf. cours de PT).



**Exercice d'application 4 ( Attention, les notations changent !!)**

**Situation 1 : L'expérience de Young.** Dans un montage de l'expérience de Young, on utilise un laser à l'argon, qui émet une lumière de 500 nm, pour éclairer deux fentes espacées de 1 mm. On observe la figure d'interférence sur un écran situé à 3 m de distance. On désire déterminer les positions  $y$  (mesurées à partir du centre de l'écran) des trois premiers endroits ( $y > 0$ ) où il y a de l'interférence (a) constructive ; (b) destructive.

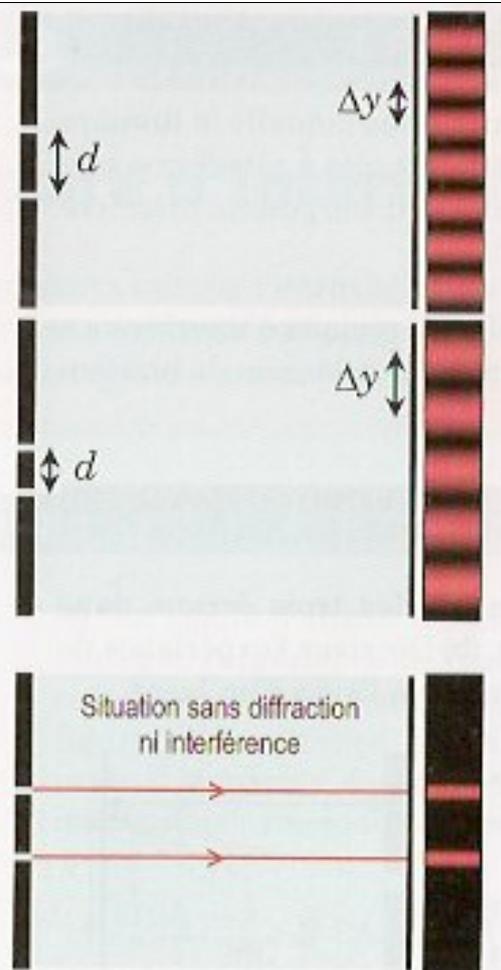


Dans la **situation 1**, la distance entre deux franges brillantes (maximums) ou deux franges sombres (minimums) est de 1,5 mm, ce qui correspond à

$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$$

Ainsi, lorsque la distance  $d$  entre les fentes diminue, la figure d'interférence s'élargit (schémas ci-contre).

Si la lumière ne possédait pas de propriétés ondulatoires, il n'y aurait ni diffraction ni interférence. Par conséquent, nous observerions sur l'écran deux zones lumineuses directement vis-à-vis des fentes (schéma ci-contre). Ainsi, l'expérience de Young démontre que la lumière est une onde. Elle permet également de déterminer la longueur d'onde d'une source de lumière, comme l'illustre la situation suivante.



### 5.3 L'intensité de la figure d'interférence

La lumière est une onde électromagnétique, au passage d'une onde lumineuse, les valeurs locales du champ électrique et du champ magnétique oscillent. Par conséquent, nous pouvons décrire l'effet d'une onde lumineuse en **un point particulier de l'espace** par l'équation :

$$E(t, r \text{ fixe}) = E_1 \sin(\omega t + \phi).$$

( $E_1$  l'amplitude pour une fente). Dans l'expérience de Young, les champs électriques oscillant générés au point  $P$  par les fentes  $A$  et  $B$  sont :

$$E_A(t, P) = E_1 \sin(\omega t + \phi_A) \text{ et } E_B(t, P) = E_1 \sin(\omega t + \phi_B).$$

Les expressions pour  $E_A$  et  $E_B$  diffèrent uniquement par leur constante de phase  $\phi$ . Bien que les deux fentes émettent des ondes en phase, la différence de marche  $\delta$  entre les deux parcours fait en sorte que les deux oscillations ne sont pas en phase au point  $P$ , la différence de marche est  $\Delta\phi = \phi_B - \phi_A$ . En utilisant, comme au paragraphe II, la relation trigonométrique

$\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ , nous pouvons exprimer le champ électrique résultant au point  $P$  (principe de superposition)  $E(t, P) = E_1 \sin(\omega t + \phi_A) + E_1 \sin(\omega t + \phi_B)$ . On obtient par un calcul analogue à celui du paragraphe II :

$$E(t, P) = \underbrace{2E_1 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}_{\equiv E_2 \text{ amplitude pour deux fentes}} \sin\left(\omega t + \frac{\phi_A + \phi_B}{2}\right).$$

En présence d'une onde lumineuse, l'oeil ne détecte pas directement l'amplitude de l'oscillation du champ électrique mais plutôt l'intensité  $I$  ( $\text{J.s}^{-1}.\text{m}^{-2}$ ) de la lumière qui est elle même proportionnelle à au carré de l'amplitude de l'oscillation (cf. cours d'électromagnétisme de PT). S'il n'y avait qu'une seule fente qui éclairait l'écran, l'intensité de la lumière au point  $P$  serait  $I_1 = CE_1^2$  où  $C$  est une constante dont la valeur dépend de la fréquence de la lumière. Pour les deux fentes,

l'intensité  $I_2$  devient:  $I_2 = CE_2^2 = C \left[ 2E_1 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right]^2 = 4CE_1^2 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$ .

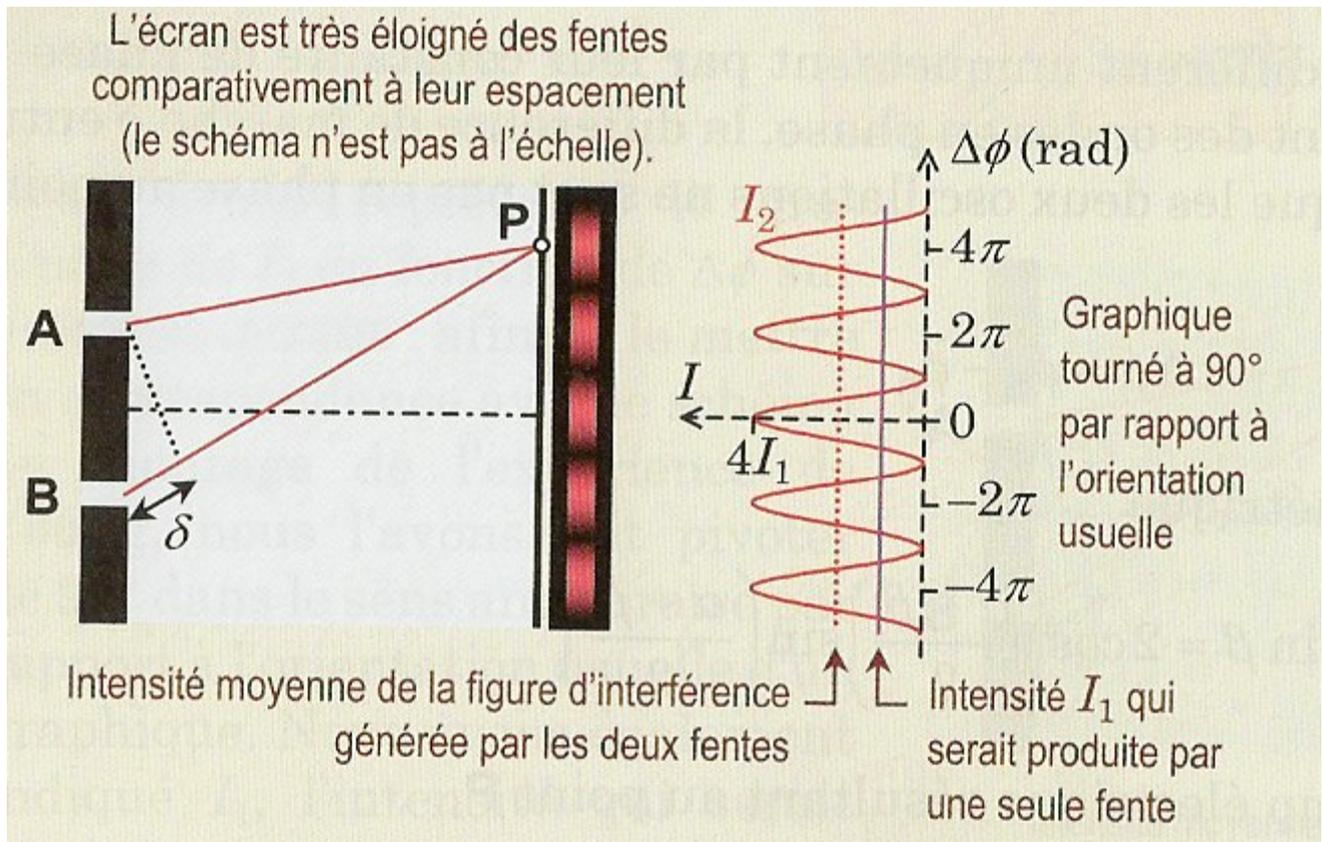
Comme  $I_1 = CE_1^2$ , nous obtenons :

#### Intensité de la lumière dans l'expérience de Young

$$I_2 = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

#### Différence de phase causée par une différence de marche

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$



S'il n'y avait pas d'interférence, l'intensité de la lumière sur l'écran serait partout égale à  $2I_1$  car chaque fente éclairait l'écran uniformément avec une intensité  $I_1$ . En raison de l'interférence, l'intensité est nulle aux endroits où il y a de **l'interférence destructive (lumière + lumière = noir)** et elle est égale à  $4I_1$  aux endroits où il y a de **l'interférence constructive (lumière + lumière = plus de lumière)**, pour une moyenne de  $2I_1$ . **L'interférence ne diminue pas l'énergie totale qui atteint l'écran : elle ne fait que la redistribuer.**

### Exercice d'application 5

**3.3.2** **L'intensité dans l'expérience de Young.** On envoie de la lumière d'une longueur d'onde de 500 nm sur un masque contenant deux minces fentes espacées de 0,1 mm et on observe la figure d'interférence produite sur un écran placé à 4 m du masque. **(a)** À quelle distance du maximum central se forme le premier minimum ? **(b)** Quelle est l'intensité (en fonction de  $I_1$ ) en un point situé à 0,2 cm du maximum central ? **(c)** À quelle distance du maximum central l'intensité est-elle égale à 87,5 % de celle du maximum central ?

