TD 17 – Algorithme de dichotomie (binary search algorithm)

A / Recherche d'un élément dans la suite de Fibonacci : comparaison de l'approche naïve et de l'approche par dichotomie

On reprend la suite de Fibonacci que l'on a rencontrée dans le TD 4 sur les boucles `for`, définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 ; U_1 = 1 \\ U_n = U_{n-1} + U_{n-2} \end{cases}$$

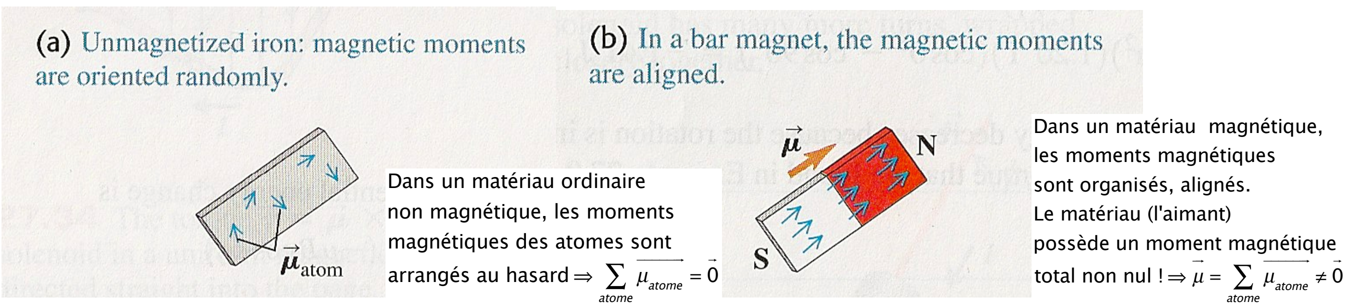
Q1 – Ecrivez une fonction `fibonacci(U0,U1,n)` qui retourne `liste`, la liste des `n` premiers termes de la suite de Fibonacci.

Q2 – Pour `n` grand, par exemple 100000 voire plus, cherchez la présence du terme 8849 par l'approche naïve et par l'approche par dichotomie en utilisant la fonction `recherche_dichotomie` vue dans le cours. Il y a peu de chances que ce terme se trouve dans la suite mais le but est ici de comparer le temps de recherche des deux approches. Pour cela, on peut utiliser `tic=time.time()` en début de fonction et `tac=time.time()` en fin de fonction (au bon endroit !) et afficher `tac-tic`. Il faut en début de programme écrire `import time`.
Vous devez obtenir le résultat ci-dessous pour `n=100000`. Conclusion ?

```
dichotomie: (None, 1.0967254638671875e-05)
naïve: (None, 0.016045093536376953)
```

B / Ferromagnétisme : aimantation permanente

Certains matériaux, appelés **ferromagnétiques**, peuvent présenter une **aimantation permanente** en l'absence de champ magnétique extérieur. Les plus communs sont le fer, le nickel, le cobalt et quelques alliages comprenant ces éléments. L'aimantation d'un matériau $M\left(\text{A.m}^{-1}\right)$ représente le moment magnétique moyen par unité de volume $M = \mu_{moy}\left(\text{A.m}^2\right)/V\left(\text{m}^3\right)$. Nous verrons, que de façon très simplifiée, nous pouvons représenter chaque atome du matériau par une boucle de courant microscope d'intensité I et de surface S, nous définissons alors le moment magnétique par $\mu \equiv IS$. Cette boucle de courant a pour origine le mouvement des électrons autour du noyau et la « rotation » des électrons sur eux-mêmes c'est-à-dire le spin des électrons (cette contribution est majoritaire).



Dans un matériau ordinaire non ferromagnétique, les moments magnétiques sont arrangés au hasard, il n'y a pas d'aimantation. Dans un matériau ferromagnétique, les moments magnétiques sont organisés, il y a alors une aimantation permanente. Cependant, dans ce dernier cas, l'aimantation permanente n'existe qu'au-dessous **d'une température critique** T_c dite de Curie (d'après Pierre Curie).

L'expérience suivante est bien connue : un aimant attire un clou en fer, il est sans action sur un clou en cuivre. Dans les deux cas le champ magnétique de l'aimant induit une aimantation dans le clou, mais cette aimantation reste trop faible dans le cas du cuivre pour interagir efficacement avec l'aimant, alors qu'elle est considérable pour le fer qui est ferromagnétique. Cependant, si on chauffe le clou en fer au-dessus de 770°C, il n'est plus attiré par l'aimant, même si on l'approche de très près. Il a perdu ses propriétés ferromagnétiques, devenant simplement paramagnétique. Il redevient ferromagnétique dès que sa température redescend au-dessous de 770°C. A $T = T_c = 770°C$, le fer subit une **transition de phase** : phase ferromagnétique $\leftrightarrow$ phase paramagnétique.

On peut montrer (physique quantique + physique statistique) qu'à une température T, l'aimantation M d'un matériau ferromagnétique est donnée par la relation :

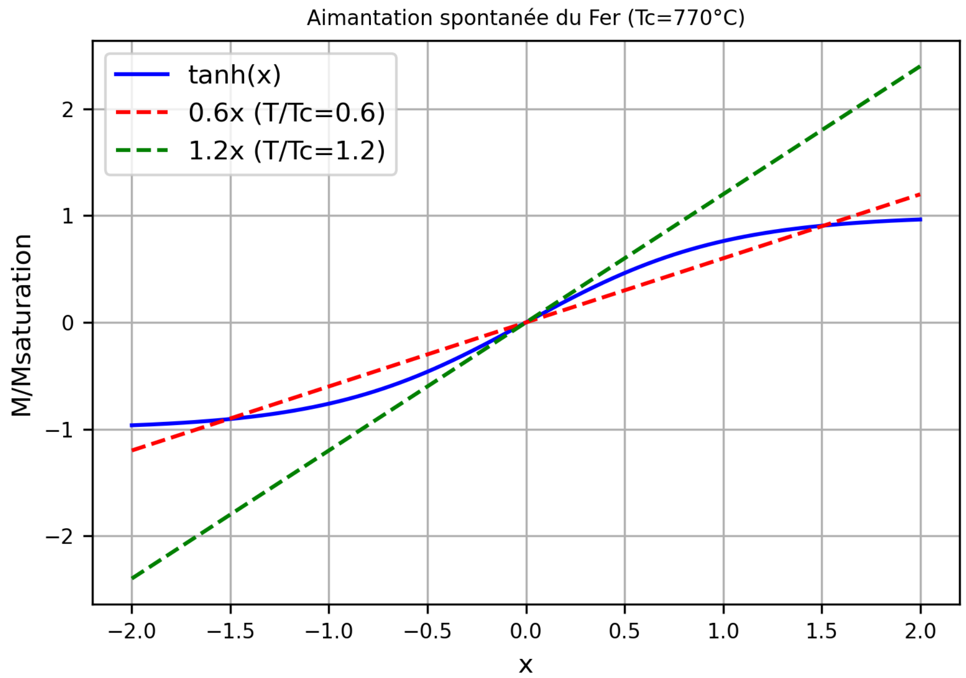
$$\boxed{\frac{M}{M_\infty} = \tanh\left(\frac{T_c}{T}\frac{M}{M_\infty}\right)}$$

où M_∞ est l'aimantation maximum que prend le matériau (aimantation à saturation).

L'objectif de cet exercice est de déterminer, pour une température donnée, l'aimantation M dans le cas du fer. On ne peut pas résoudre analytiquement cette **équation transcendante**. Cette dernière peut être résolue graphiquement et/ou numériquement (par dichotomie ici).

Q1 – Si l'on trace sur un même graphe $M/M_\infty = f(x) = \tanh(x)$ et $M/M_\infty = g(x) = xT/T_c$ le point d'intersection de ces deux courbes donne (s'il existe) la valeur de M/M_∞.

Tracez sur un même graphe les courbes $M/M_\infty = f(x) = \tanh(x)$ et $M/M_\infty = g(x) = xT/T_c$ pour différentes valeurs de T/T_c. Par exemple $T/T_c = 0.6$ (si $T < T_c$) et $T/T_c = 1.2$ (si $T > T_c$). Vous devez obtenir les courbes suivantes. Conclusion ?



Q2 – A partir de la fonction `zero_dichotomie` du cours, déterminez numériquement la valeur de M/M_∞ dans le domaine $x > 0$. Pour cela, il faudra trouver le zéro de la fonction $h(x) = xT/T_c - \tanh(x)$ toujours pour différentes valeurs de T/T_c. Vous devez obtenir les résultats suivants pour $T/T_c = 0.6$:

```
solution de 0.6*x-tanh(x)=0: x= 1.5122146606445308
M/Msaturation= 0.9073287963867185
```