

FORCE CENTRALE ET CONSERVATIVE

force centrale $\rightarrow \vec{F} = F(r) \vec{u}_r$
 // conservative $\rightarrow F(r) = - \frac{dE_p(r)}{dr}$

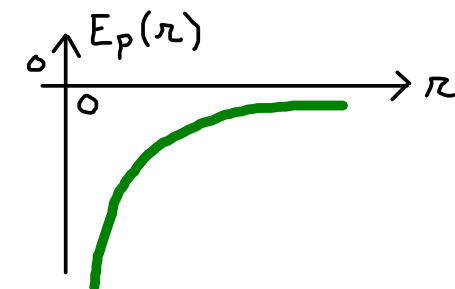
2 exemples importants :

• Force de Gravité (Newton)

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}_r$$

(toujours attractive)

$$E_p(r) = -G \frac{Mm}{r} \quad (E_p(\infty) = 0)$$



CONSERVATION DU MOMENT CINETIQUE

hyp: force centrale $\rightarrow \vec{L}_O = \vec{cte}$
 (TMC)

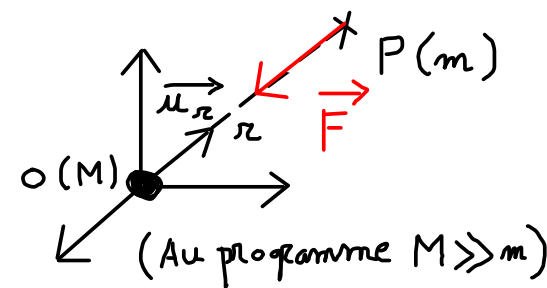
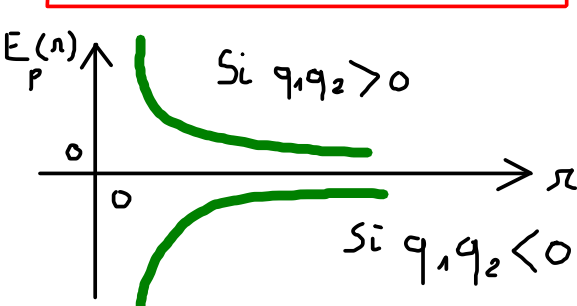
Mouvement plan

• Force électrostatique (Coulomb)

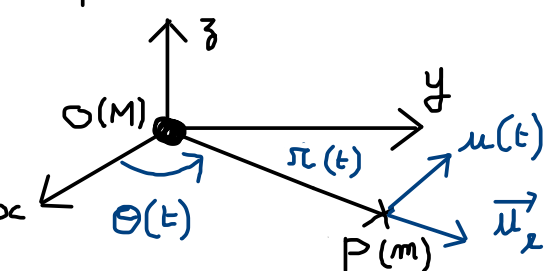
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

attractive si $q_1 q_2 < 0$
 répulsive si $q_1 q_2 > 0$

$$E_p(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (E_p(\infty) = 0)$$



on peut travailler en polaires :



$$\vec{L}_O = m r^2(t) \dot{\theta}(t) \vec{u}_\theta \Rightarrow C \equiv r^2(t) \dot{\theta}(t) = \text{constante du mouvement} \quad (p.1)$$

$\rightarrow$ conséquence : loi des aires $A = \frac{1}{2} C \Delta t$

CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE

hyp: force conservative $\rightarrow E_m = cte$

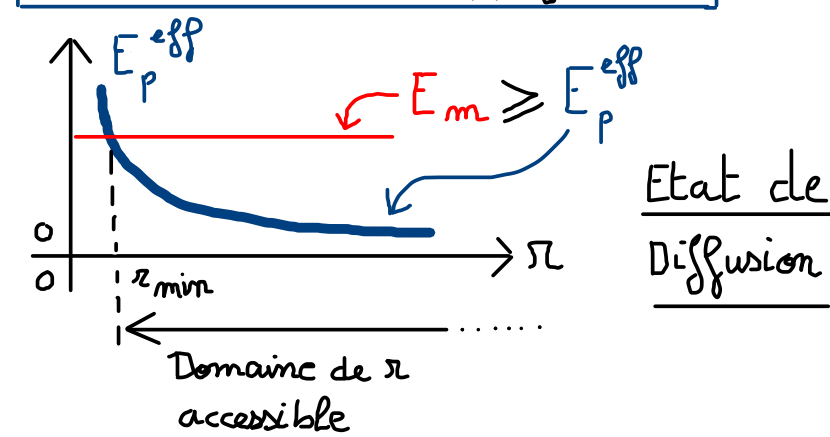
$$E_m \text{ polaires: } E_m = \underbrace{\frac{1}{2} m \dot{r}^2}_{\geq 0} + \underbrace{\frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} + E_p(r)}_{E_p^{eff}(r)}$$

$\rightarrow$ Domaines accessibles à la trajectoire: $E_m \geq E_p^{eff}$

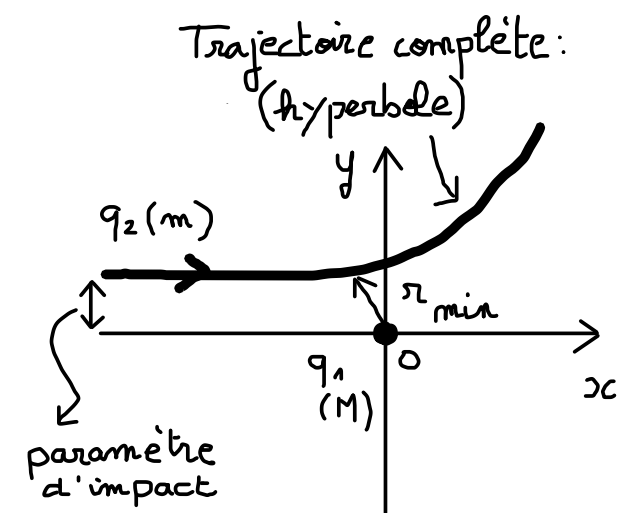
DISCUSSION DU MOUVEMENT RADIAL

• cas d'une force répulsive: force électrostatique ($q_1 q_2 > 0$)

$$E_p^{eff}(r) = \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} > 0$$

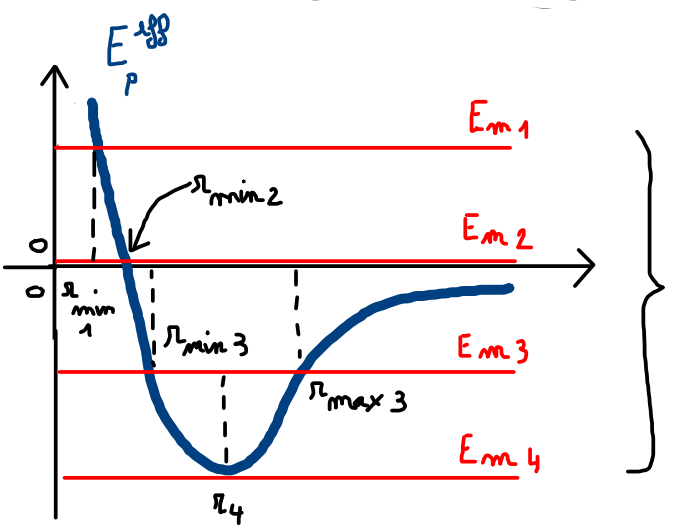
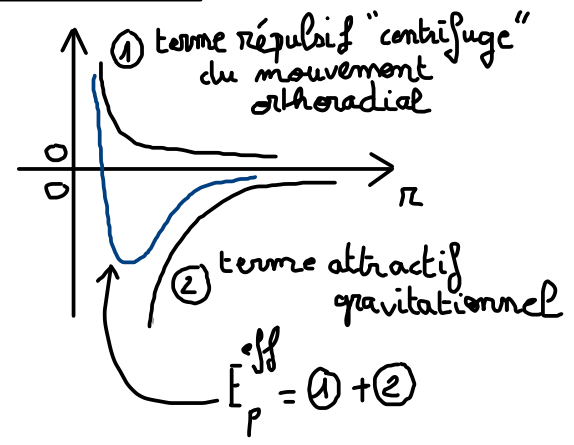


(cas de l'expérience classique de Rutherford) q_1 supposée fixe ($M \gg m$)



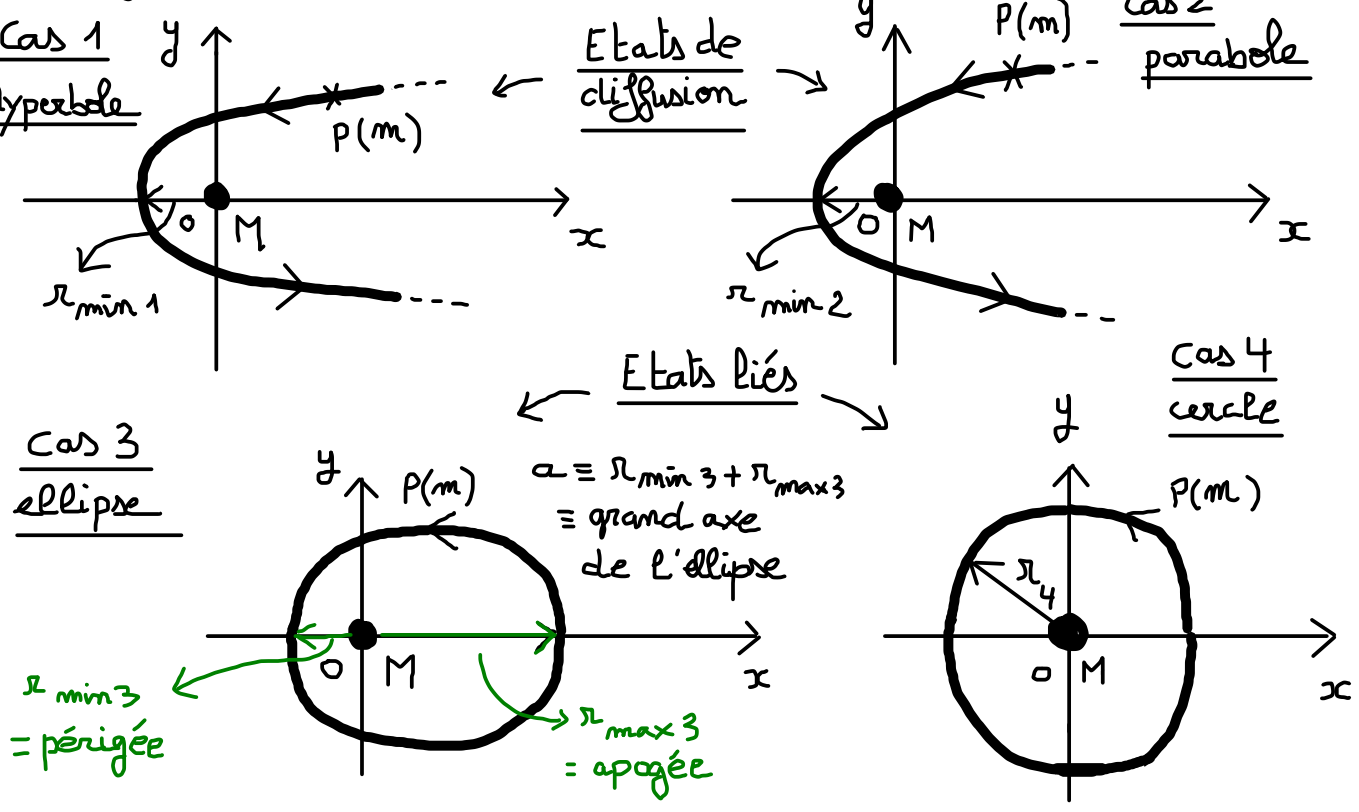
Cas d'une force attractive: force de gravitation

$$E_p^{eff} = \underbrace{\frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2}}_{(1)} - \underbrace{G \frac{Mm}{r}}_{(2)}$$

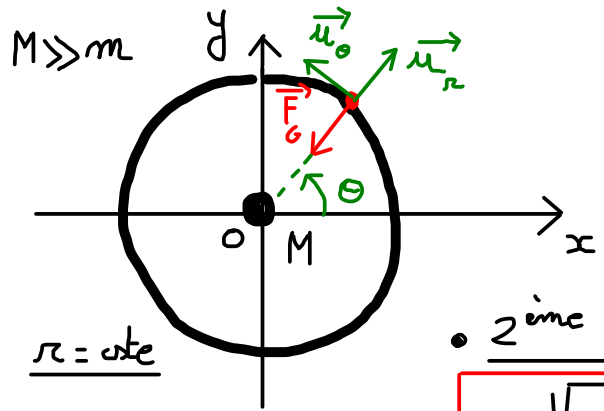


Domaine de r accessible:
 $E_m \geq E_p^{eff}$

Trajectoire complète:



TRAJECTOIRE CIRCULAIRE (cas4): SATELLITES (force de gravité)



Conservation du moment cinétique

$$\vec{L} = m r^2 \dot{\theta}(t) \vec{u}_\theta = \vec{cste}$$

$$\Rightarrow \dot{\theta} = \frac{cste}{r^2} \Rightarrow \boxed{v = cste}$$

mouvement circulaire uniforme

2ème loi de Newton (en polaires)

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

Si $v \uparrow$ $r \downarrow$ (r fixe $\rightarrow v$ fixée)

E_m est conservée

$$\boxed{E_m = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} = cste}$$

(valable aussi pour l'ellipse $r \leftrightarrow a$)

3ème loi de Kepler

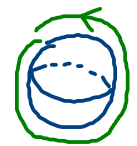
$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

Ce rapport est identique pour tous les satellites d'un même astre (ellipse $r \leftrightarrow a$)

Vitesse de satellisation orbite basse $r = R_T$

$$\boxed{v_s = \sqrt{\frac{GM}{R_T}} = 7,9 \text{ km.s}^{-1}}$$

(ici pour la Terre)



Vitesse d'échappement

$$r \rightarrow \infty \quad v_f \rightarrow 0$$

conservation de $E_m = 0$

$$\Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}} = \sqrt{2} v_s = 11,2 \text{ km.s}^{-1}}$$

(ici pour la Terre)
"vers l'infini et au delà!!"

