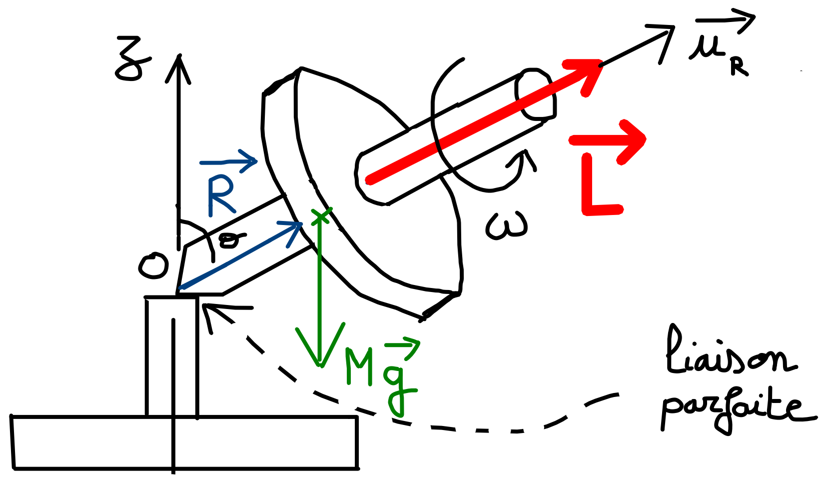
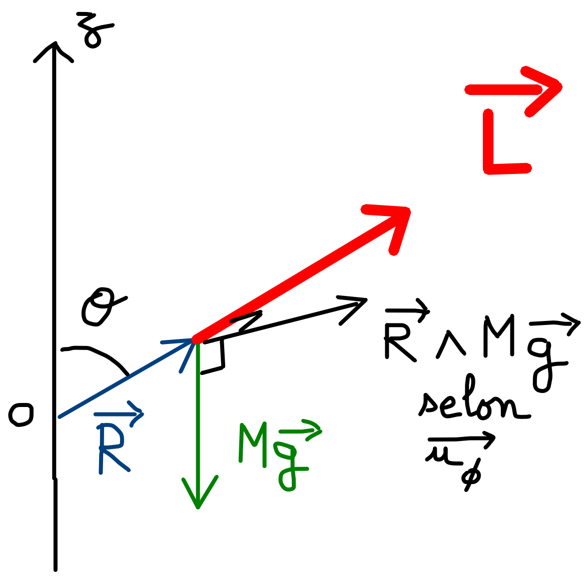
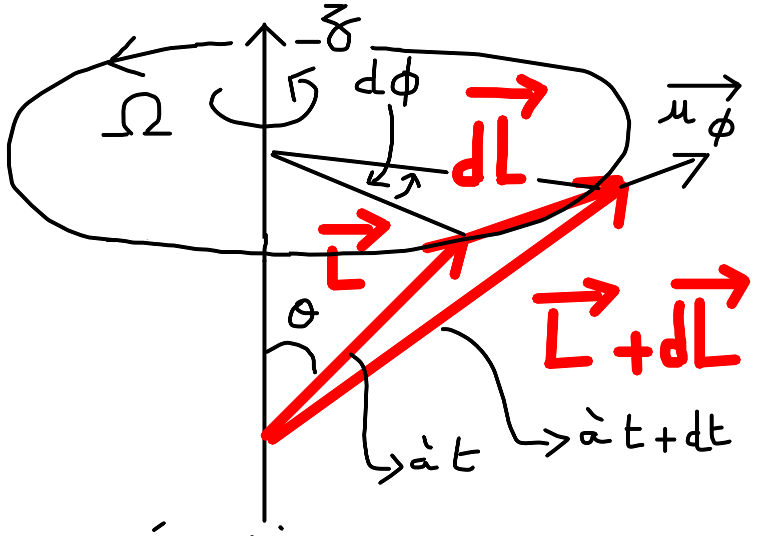
Fiche : Le Gyroscope, une approche simple

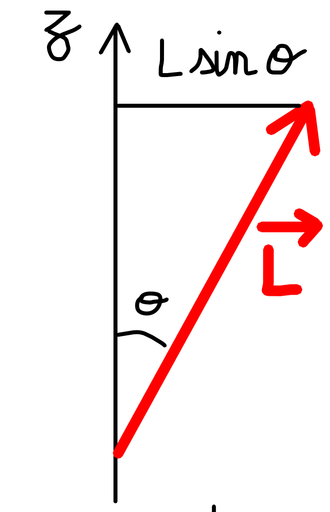
Rémy DUPERRAY , PTSI , Voiron



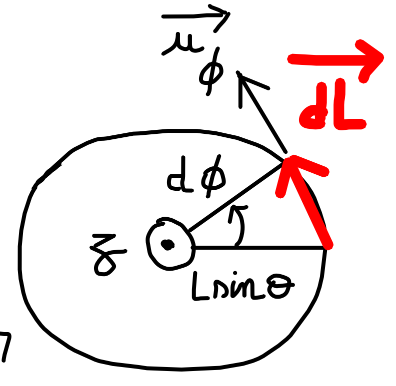




précession de $\vec{L}$ autour de z



vue de côté



vue de dessus

On lance le gyroscope à ω autour de son axe de symétrie avec un angle θ :

$\Rightarrow \vec{L} = J\omega\,\vec{u}_R$

- On applique le théorème du moment cinétique / à O pour le Gyroscope.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{R} \wedge M\vec{g} = \overbrace{RMg\sin\theta\,\vec{u}_\phi}^{\perp \text{ à } \vec{L}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \vec{dL} \text{ suivant } \vec{u}_\phi \\ \text{donc } \theta = \text{cte} \end{array}}$$

$\downarrow \cdot\vec{L}$

$$\vec{L}\cdot\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d\vec{L}^2}{dt} = \left(RMg\sin\theta\,\vec{u}_\phi\right)\cdot\vec{L} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{L}| = \text{cte} = J\omega \;\; (\text{donc } \omega = \text{cte aussi})}$$

⊕

$\vec{L}$ ne change pas en norme mais en direction selon $\vec{u}_\phi$

↓

PRECESSION de $\vec{L}$ autour de z à $\Omega = \dfrac{d\phi}{dt}$

- Pendant dt , $|\vec{dL}| = \underbrace{L\sin\theta\, d\phi}_{} = RMg\sin\theta\, dt$

$$\Leftrightarrow \frac{RMg}{L} = \frac{d\phi}{dt} = \Omega \quad \text{et} \quad L = J\omega$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega = \frac{RMg}{J\omega}}$$ (vitesse angulaire de précession)

- La liaison en O n'est jamais parfaite !

$\rightarrow$ ω ↘ donc Ω ↗

C'est ce que l'on observe à la fin du mouvement de la rotation des toupies.