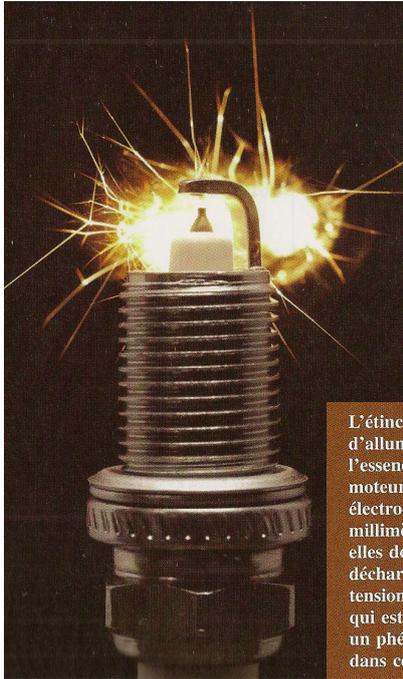


# CIRCUIT FIXE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE QUI DEPEND DU TEMPS

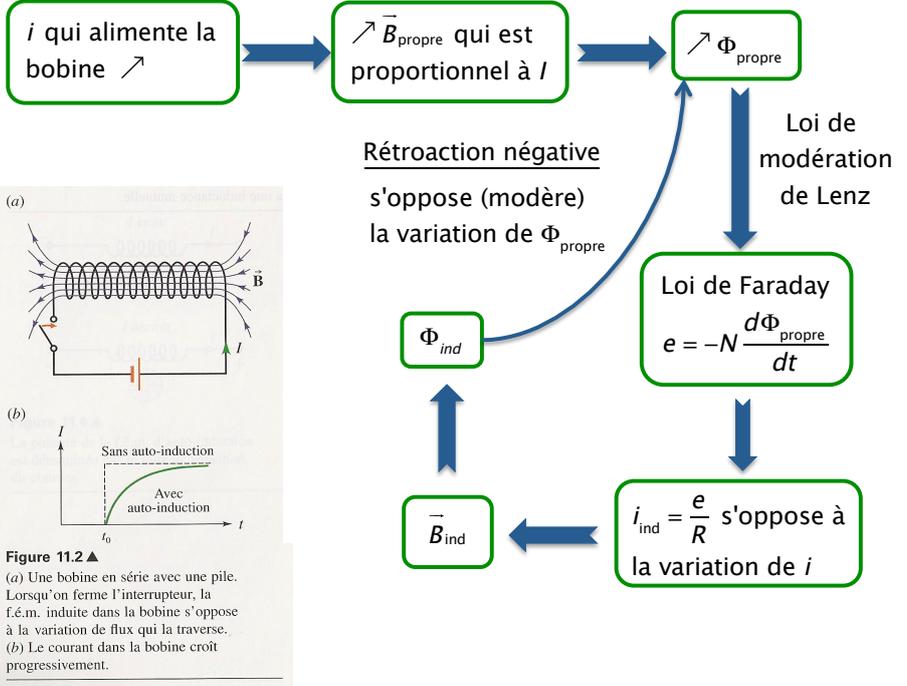
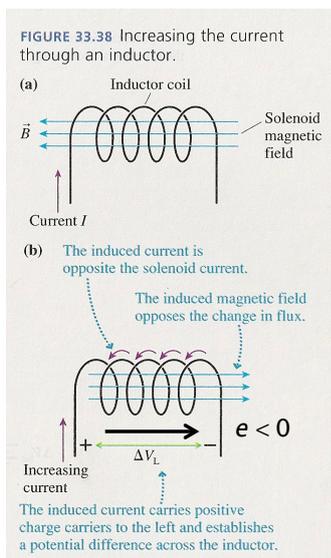


L'étincelle que produit cette bougie d'allumage permet de faire exploser l'essence dans un des pistons d'un moteur d'automobile. Même si les deux électrodes sont séparées par moins d'un millimètre, la différence de potentiel entre elles doit excéder 3000 V pour que la décharge puisse se produire. Une telle tension est fournie grâce à une bobine qui est le siège d'une auto-induction, un phénomène que nous présenterons dans ce chapitre.



**Figure 11.1 ▲**  
Joseph Henry (1797-1878). Contrairement à sa découverte de l'induction, qu'il avait négligé de publier, Henry a fait connaître ses observations sur l'auto-induction.

## 1-Auto-induction: mise en évidence



**Figure 11.2 ▲**  
(a) Une bobine en série avec une pile. Lorsqu'on ferme l'interrupteur, la f.é.m. induite dans la bobine s'oppose à la variation de flux qui la traverse.  
(b) Le courant dans la bobine croît progressivement.

L'auto-induction est l'existence d'une f.e.m d'induction modératrice résultant de la variation du flux magnétique que le circuit engendre à travers lui-même.

## 2-Flux propre et inductance propre

→ On considère un solénoïde de longueur  $\ell$  de  $N$  spires et de section  $S$  (cf. figure ci-contre) parcouru par un courant  $i(t)$

→ Il crée un champ magnétique uniforme de norme  $B(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t)$

→ Le flux propre du champ magnétique créé par le solénoïde à travers lui-même est la somme des flux propres à travers chaque spire:

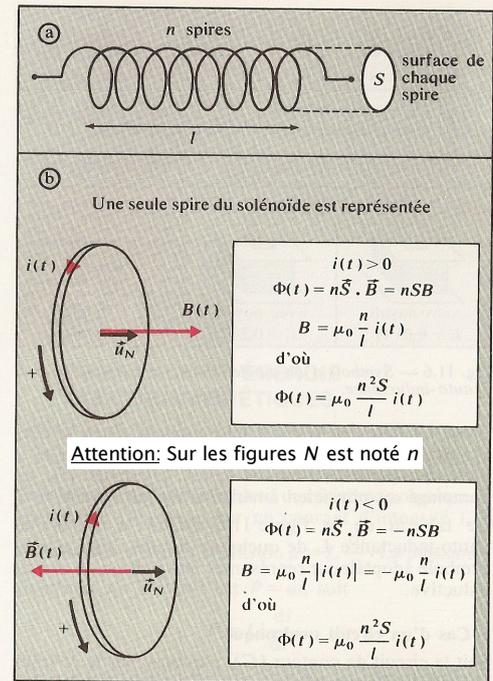
$$\Phi(t) = NSB = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell} i(t)$$

→ La grandeur  $\mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$  est une constante positive (cf. figure ci-contre) qui caractérise le circuit. On l'appelle auto-inductance et on la note  $L$ . Ainsi, en écrivant  $\Phi(t) = Li(t)$ , on obtient:



$$L \equiv \frac{\Phi(t)}{i(t)} \quad (\text{définition})$$

**L'auto-inductance** est le quotient du flux propre par l'intensité du courant. C'est une constante positive, caractéristique du circuit, indépendante du temps et de l'intensité du courant dans ce circuit.



## 2-Flux propre et inductance propre

Avec les unités du système international,  $\Phi$  en webers et  $i$  en ampères, l'inductance  $L$  s'exprime en  $\text{Wb} \cdot \text{A}^{-1}$ , unité qui porte le nom de henry (symbole H), en hommage au physicien américain Joseph Henry<sup>(1)</sup>.

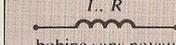
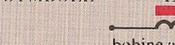
Le tableau de la figure 11.6 donne la valeur de l'auto-inductance  $L$  de quelques circuits, ainsi que le symbole adopté pour représenter une portion de circuit inductive.

D'après la loi de Faraday, la f.e.m d'auto-induction qui prend naissance dans le circuit s'écrit :  $e = -d\Phi/dt$ .  
Soit, en remplaçant le flux par  $Li(t)$ :

$$e = -L \frac{di}{dt}$$

La f.e.m d'auto-induction est toujours de signe contraire à la dérivée, par rapport au temps, de l'intensité du courant.

La figure 11.4 montre que la polarité de la f.e.m d'auto-induction dépend du taux de variation du courant et non de son intensité ni de son sens. Sur cette figure, on a illustré à proximité de la bobine d'induction une pile imaginaire qui illustre la polarité de la f.e.m auto-induite et rappelle que la bobine joue momentanément le même rôle qu'une pile ayant cette polarité.

SYMBOLE	
	
bobine sans noyau	bobine avec noyau
 Une spire de rayon 5 cm $L = 0.2 \mu\text{H}$	 Solénoïde 1000 sp. m <sup>-1</sup> longueur 20 cm rayon 2 cm $L = 0.3 \text{ mH}$
 Bobine 1000 spires sans noyau $L = 0.05 \text{ H}$	 avec noyau $L = 0.2 \text{ H}$

Lorsque la bobine comporte un noyau, l'inductance  $L$  n'est plus une constante caractéristique de la bobine, elle varie avec l'intensité  $i$ . Ainsi, dans la suite du cours, nous n'utiliserons que des bobines sans noyau, de manière à considérer  $L$  comme une constante.

Fig. 11.6 — Symbole d'un dipôle inductif et quelques valeurs d'auto-inductance.

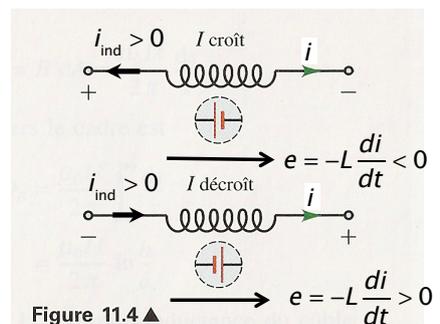


Figure 11.4 ▲ La polarité de la f.é.m. d'auto-induction est déterminée par le taux de variation du courant.

### 3-Energie emmagasinée dans une bobine d'induction

→ On considère le circuit ci-contre alimenté par une pile de f.e.m  $\varepsilon$  et qui contient une résistance et une bobine d'inductance  $L$ . A l'instant initial, on ferme l'interrupteur.

→ Apparition d'une f.e.m  $e$  d'auto-induction dans la bobine

→ Loi des mailles :  $\varepsilon = Ri - e = Ri + L \frac{di}{dt}$

→ On multiplie de chaque côté par  $i \Rightarrow \varepsilon i = Ri^2 + iL \frac{di}{dt}$

⇒  $\varepsilon i$  est la puissance fournie par la pile

⇒  $Ri^2$  est la puissance dissipée dans la résistance

⇒  $iL \frac{di}{dt}$  représente le taux auquel l'énergie est fournie à la bobine

→ Si on désigne ce taux par  $dU_B/dt$ , on a  $dU_B/dt = Li(di/dt)$ . On trouve l'énergie totale emmagasinée à un instant  $t$  lorsque le courant est passé de 0 à  $i$  en intégrant :

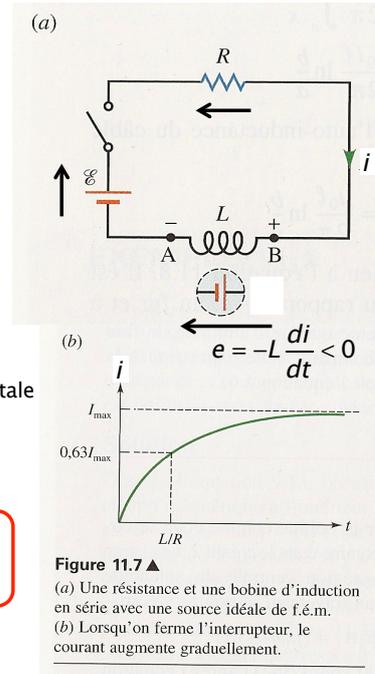
$$U_B = \int_0^i Li di \text{ soit :}$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad \text{Energie emmagasinée sous forme « magnétique » par une bobine d'inductance } L \text{ traversée par un courant d'intensité } i$$

→ Pour un solénoïde long  $L = \mu_0 n^2 S \ell$  et  $B = \mu_0 n I$  avec  $n = N/\ell \Rightarrow U_B = \frac{B^2}{2\mu_0} S \ell$

→  $S \ell$  représente le volume du solénoïde, on obtient donc l'énergie par unité de volume de champ magnétique en  $J.m^3$  :

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{Energie par unité de volume de champ. De l'énergie magnétique est emmagasinée partout où règne un champ magnétique}$$



→ Il s'agit d'un résultat tout à fait général, cf. cours de deuxième année.

### 4-Inductance mutuelle entre deux bobines

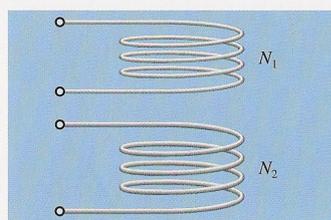


Figure 11.3 ▲  
 Deux bobines placées côte à côte. Chaque bobine a une auto-inductance et la paire a une inductance mutuelle.

→ On considère les deux bobines de la figure ci-contre.

$i_1$  est le courant circulant dans la bobine 1

$i_2$  est le courant circulant dans la bobine 2

→ Le flux magnétique total à travers la bobine 1 s'écrit :  $N_1 \Phi_1 = N_1 (\Phi_{11} + \Phi_{12})$

$\Phi_{11}$  est le flux traversant chaque spire de la bobine 1 créé par son propre courant  $i_1$

$\Phi_{12}$  est le flux traversant chaque spire de la bobine 1 créé par le courant  $i_2$  circulant dans la bobine 2

De façon similaire pour la bobine 2 :  $N_2 \Phi_2 = N_2 (\Phi_{21} + \Phi_{22})$

→ Si les courants varient, les f.e.m induites dans chaque bobine s'écrivent :

$e_1 = -N_1 \frac{d}{dt} (\Phi_{11} + \Phi_{12})$  et  $e_2 = -N_2 \frac{d}{dt} (\Phi_{21} + \Phi_{22})$

$$e_1 = -N_1 \frac{d}{dt} (\Phi_{11} + \Phi_{12}) \text{ et } e_2 = -N_2 \frac{d}{dt} (\Phi_{21} + \Phi_{22})$$

→ Considérons à présent le cas de la f.e.m d'induction mutuelle, soit la f.e.m attribuée au flux que cause la bobine 2 au travers de la bobine 1. Le champ produit par la bobine 2 au travers de la bobine 1 ainsi que le flux sont directement proportionnels au courant  $i_2$ .

Le second membre de droite de l'équation peut s'écrire :

$$\text{Inductance mutuelle} \rightarrow N_1 \Phi_{12} = M i_2 \quad \text{f.e.m d'inductance mutuelle} \rightarrow e_{12} = -M \frac{di_2}{dt}$$

→  $M$  est l'inductance mutuelle des deux bobines. A ce stade nous devrions écrire  $M_{12}$  mais on peut montrer que  $M_{12} = M_{21} = M$ . En SI, l'unité de  $M$  est aussi le henry (H). L'inductance mutuelle dépend de la dimension des bobines, de leurs formes géométriques et de leur position relative.

→ Pour la bobine 2,  $N_2 \Phi_{21} = M i_1$  et  $e_{21} = -M \frac{di_1}{dt}$ .

## 4-Inductance mutuelle entre deux bobines

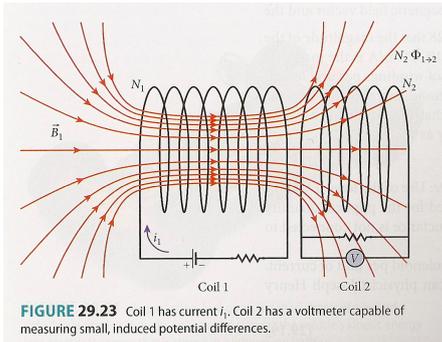


FIGURE 29.23 Coil 1 has current  $i_1$ . Coil 2 has a voltmeter capable of measuring small, induced potential differences.

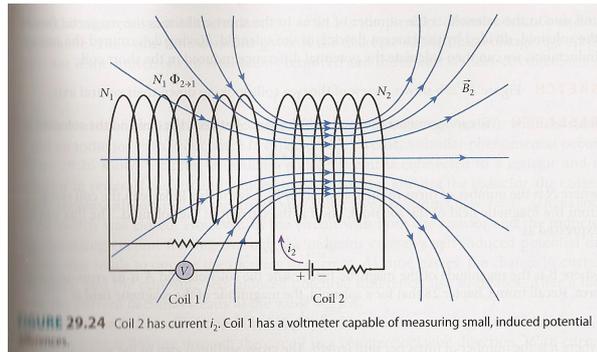


FIGURE 29.24 Coil 2 has current  $i_2$ . Coil 1 has a voltmeter capable of measuring small, induced potential differences.

On souhaite déterminer l'expression de l'énergie  $U_B$  emmagasinée dans le dispositif des deux bobines couplées.

→ Puissance totale à l'instant  $t$  :  $p(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2$

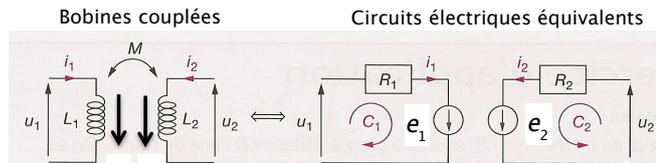
→ Equations électriques :

$$u_1 = R_1 i_1 - e_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = R_2 i_2 - e_2 = R_2 i_2 + M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$\rightarrow p(t) = \underbrace{R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2}_{\text{Puissance perdue par effet joule}} + \underbrace{L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt}}_{\text{Dérivées temporelles des énergies emmagasinées dans chacune des bobines}} + \underbrace{M i_1 \frac{di_2}{dt} + M i_2 \frac{di_1}{dt}}_{\text{Dérivées temporelles de l'énergie mutuelle magnétique}}$$

→ En prenant la primitive de la partie magnétique de la puissance, on obtient :



$$U_B = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

Energie magnétique totale emmagasinée à chaque instant dans le dispositif

## 4-Inductance mutuelle entre deux bobines

### Exercice d'application

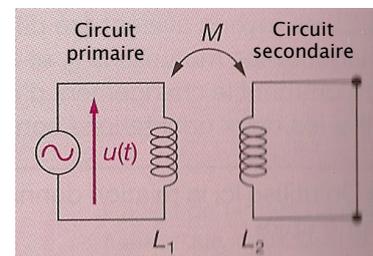
Un ensemble de deux circuits couplés non résistifs a son bobinage secondaire en court-circuit (cf. figure).

a) Ecrire le système d'équations différentielles régissant l'évolution des intensités.

b) Eliminer de ce système l'intensité  $i_2(t)$  de manière à faire apparaître la relation entre  $u(t)$  et  $i_1(t)$ .

Quel comportement a le circuit couplé vu depuis le générateur ?

c) Reprendre la mise en équation à l'aide de l'écriture complexe et retrouver la même conclusion.



## 5-Le transformateur de tension

Le **transformateur** est un dispositif qui permet d'augmenter ou de diminuer l'amplitude des tensions alternatives (AC). On l'utilise à divers stades de la distribution d'électricité résidentielle. Pour réduire au minimum les pertes, on transmet à haute tension (une valeur efficace de 1000 kV par exemple). Pour des raisons de sécurité et de simplicité de conception, la puissance est fournie à basse tension aux usagers commerciaux et aux particuliers (en général 220 V de valeur efficace). De nombreux circuits électroniques qui se branchent sur les prises électriques ordinaires ont besoin d'un transformateur. Enfin dans les hôpitaux, on se sert également des transformateurs pour isoler les appareils de surveillance électronique des malades et les protéger de toute interférence causée par d'autres circuits ou dispositifs.

La figure ci-contre représente un transformateur simple constitué de deux bobines enroulées sur un noyau en fer doux. La **bobine primaire** reliée à la source alternative comporte  $N_1$  spires, tandis que la **bobine secondaire** comporte  $N_2$  spires. Le noyau de fer doux sert à augmenter le flux et à le canaliser: **essentiellement tout le champ magnétique créé par l'enroulement primaire traverse l'enroulement secondaire**. En pratique, le couplage du flux entre les deux bobines n'est jamais parfait et un transformateur est caractérisé par son facteur de couplage. Ici nous allons considérer que le **couplage est parfait**.

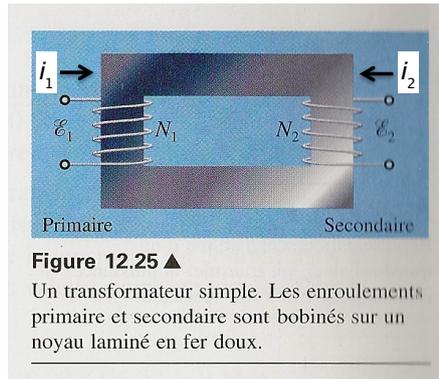


Figure 12.25 ▲

Un transformateur simple. Les enroulements primaire et secondaire sont bobinés sur un noyau laminé en fer doux.

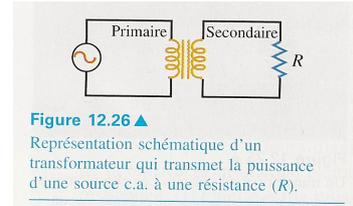


Figure 12.26 ▲

Représentation schématique d'un transformateur qui transmet la puissance d'une source c.a. à une résistance (R).

### Couplage parfait

→ Le flux  $\Phi$  à travers une spire du primaire est égal au flux à travers une spire du secondaire (couplage parfait)  $\Rightarrow \Phi_1/N_1 = \Phi_2/N_2 \Leftrightarrow \Phi_2/\Phi_1 = N_2/N_1$

→  $e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$   $e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ , on en déduit le rapport des f.e.m dans un transformateur :

$$\text{Rapport des f.e.m dans un transformateur: } \frac{e_2}{e_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

## 5-Le transformateur de tension

$$\rightarrow \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \quad \Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1$$

→ On envisage deux cas particuliers:

- si  $i_2 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = L_1 i_1$  et  $\Phi_2 = M i_1$  avec  $\Phi_2/\Phi_1 = N_2/N_1 \Rightarrow N_2/N_1 = M/L_1$

- si  $i_1 = 0 \Rightarrow N_2/N_1 = L_2/M$

→ On en déduit une relation traduisant le couplage parfait :

$$\text{Couplage parfait: } M^2 = L_1 L_2$$

### Rapport de transformation

→ On suppose toujours que le couplage est parfait et on néglige les chutes de tension dues aux résistances

$R_1$  et  $R_2$  des enroulements du primaire et du secondaire soit  $u_1 = -e_1$  et  $u_2 = -e_2$  (cf. schéma p. 7)

$$\rightarrow u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt} \quad u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} = \left( L_2 \frac{di_2}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1}{dt} \right) / \left( L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt} \right) = \sqrt{L_2} / \sqrt{L_1}$$

→ On en déduit alors le coefficient de proportionnalité entre les deux tensions d'entrée et de sortie :

$$\frac{u_2}{u_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

→ Si on branche une résistance R aux bornes de l'enroulement secondaire, un courant induit  $i_2$  y circulera.

Pour un transformateur idéal, il y a un transfert complet de puissance entre le primaire et le secondaire:  $p_1 = u_1 i_1 = p_2 = u_2 i_2$

$$\text{Rapport des courants dans un transformateur: } \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

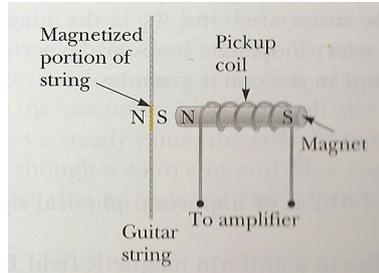
Ainsi, dans un transformateur idéal, les tensions aux bornes du transformateur sont **proportionnelles** au nombre de tours des enroulements, tandis que les courants de part et d'autre du transformateur sont **inversement proportionnels** au nombre des enroulements.

## 6-Quelques applications

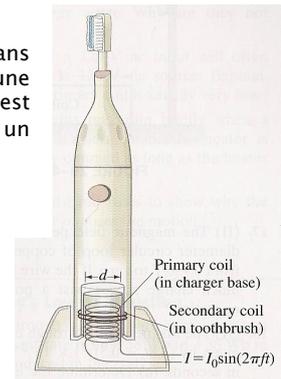
### Chargement de batterie par induction

Un chargeur de batterie par induction permet de transférer de la puissance électrique sans contact électrique, ce qui est plus sûr pour des appareils en contact avec de l'eau comme une brosse à dent électrique. Le circuit primaire est inséré dans le circuit secondaire qui est parcouru par un courant alternatif. Par induction, une f.e.m apparaît dans le primaire donc un courant induit qui recharge la batterie.

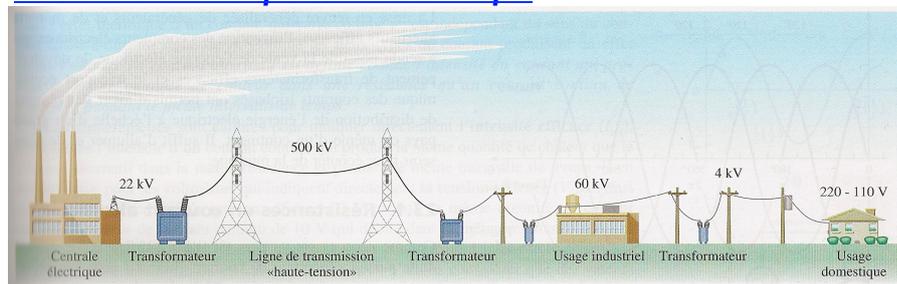
### Guitare électrique



Il s'agit là d'une application directe de la loi de Faraday. Une bobine est enroulée sur un aimant permanent qui a pour but de magnétiser une portion de la corde de la guitare à sa proximité lorsque la corde est passée, la portion de la corde magnétisée provoque un changement du flux magnétique dans la bobine qui va par induction être le siège d'une f.e.m et donc d'un courant induit. Le courant est ensuite amplifié puis envoyé sur un haut-parleur pour produire un son (onde acoustique) de même fréquence que la fréquence initiale de la corde.



### Transmission de la puissance électrique



**Figure 23.1** Transmission de la puissance électrique par courant alternatif. Des transformateurs élèvent la tension, ce qui permet de transporter efficacement l'énergie sur de longues distances sous haute tension. Puis on abaisse la tension pour l'usage industriel et domestique. Pour simplifier, la « terre » et les autres conducteurs « chauds » ne sont pas représentés.