Electromagnétisme série n°1 : Mouvement d'une particule dans le champ électrostatique et dans le champ magnétostatique

Exercice 1 : Tube cathodique

Le *tube à rayons cathodiques* (TRC) est utilisé dans les téléviseurs, les écrans d'ordinateurs et certains appareils électroniques comme l'oscilloscope. Un mince filament chauffé émet des électrons qu'on fait passer par des ouvertures percées dans deux disques (figure 2.18), de manière à obtenir un faisceau. Leur vitesse initiale est $v_0\vec{\mathbf{i}}$. Ils se déplacent entre deux plaques de longueur ℓ qui produisent un champ électrique uniforme $\vec{\mathbf{E}} = -E\vec{\mathbf{j}}$. Dans le champ, leur accélération est constante et leur trajectoire est donc parabolique, comme pour tout projectile soumis à la force gravitationnelle. Après avoir quitté la région comprise entre les deux plaques, ils se dirigent en ligne droite vers un écran recouvert d'une substance fluorescente, du ZnS par exemple. Un petit éclair lumineux est produit chaque fois qu'un électron frappe l'écran. Déterminer : (a) la position verticale de l'électron à sa sortie des plaques ; (b) à quel angle il émerge des plaques ; (c) sa position verticale finale sur l'écran, qui se trouve à une distance L de l'extrémité des plaques.

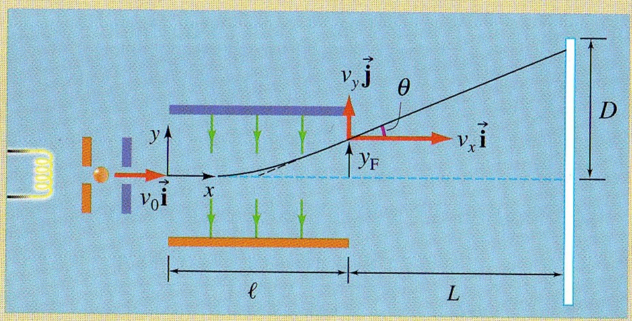


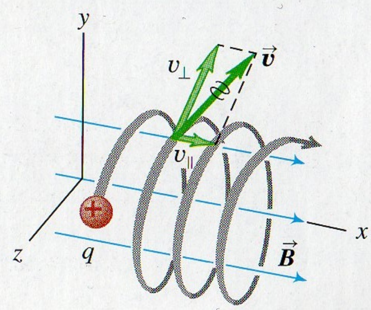
Figure 2.18 ▲
Dans un tube à rayons cathodiques, des électrons émis par un filament chauffé sont accélérés par un champ créé entre deux disques chargés (percés de trous) puis déviés par le champ électrique existant entre deux plaques. Lorsque l'électron frappe l'écran (le rectangle blanc à droite de la figure), un éclair lumineux se produit.

Exercice 2 : Mouvement hélicoïdal

On considère la situation de la figure suivant :

27.18 The general case of a charged particle moving in a uniform magnetic field $\vec{B}$. The magnetic field does no work on the particle, so its speed and kinetic energy remain constant.

This particle's motion has components both parallel ($v_{\parallel}$) and perpendicular ($v_{\perp}$) to the magnetic field, so it moves in a helical path.



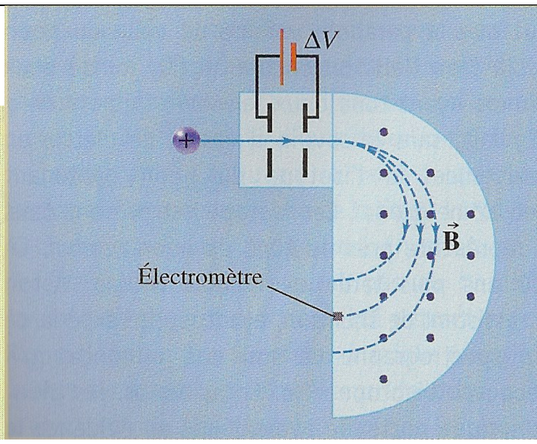
La particule est un proton $\left(q = 1{,}6\times10^{-19}\ \text{C},\ m = 1{,}67\times10^{-27}\ \text{kg}\right)$ et le champ magnétostatique uniforme vaut $0{,}5\ \text{T}$. Seule la partie magnétique de la force de Lorentz est prise en compte ici (on néglige la gravité et toute les autres forces).
A l'instant initial $v_x = 1{,}50\times10^5\ \text{m.s}^{-1}$, $v_y = 0\ \text{m.s}^{-1}$, $v_z = 2{,}00\times10^5\ \text{m.s}^{-1}$.

a) Déterminer à l'instant initial, la force qui agit sur le proton ainsi que son accélération.

b) Déterminer le rayon de l'hélice, la vitesse angulaire du proton et le pas de l'hélice (la distance parcourue suivant l'axe de l'hélice pendant une période).

Exercice 3 : Spectromètre de masse

Dans le spectromètre de masse de Arthur J. Dempster (1886-1950) représenté à la figure 8.33, deux isotopes d'un élément, de masses m_1 et m_2 et de charge positive q, sont accélérés à partir du repos par une différence de potentiel ΔV. Ils pénètrent ensuite dans un champ uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ perpendiculairement aux lignes du champ magnétique. Quel est le rapport des rayons de leurs trajectoires ?



Exercice 4 : Particule chargée dans un champ électrostatique et un champ magnétostatique croisés (exercice délicat pour les plus motivés)

Une particule chargée de masse m et de charge positive q se déplace dans un champ électrostatique et magnétostatique, $\vec{E}$ est suivant $\overrightarrow{u_y}$ et $\vec{B}$ suivant $\overrightarrow{u_z}$. La particule est initialement à l'origine et à $\vec{v} = v_o\overrightarrow{u_x}$

a) En utilisant la seconde loi de Newton, écrire les équations du mouvement pour les trois directions de l'espace. Faire apparaître une pulsation caractéristique ω. Montrer que le mouvement reste dans le plan $z = 0$.

b) Montrer qu'il existe une unique valeur de v_o, appelée vitesse de dérive et notée v_{dr}, pour laquelle le mouvement de la particule n'est pas modifié. Quel est l'intérêt de cette vitesse ?

c) Résoudre les équations du mouvement pour donner les composantes des vitesses : $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$, pour une valeur arbitraire de v_o. Faire apparaître v_{dr}. Il faudra déterminer les conditions initiales pour les accélérations grâce aux équations différentielles.

d) Par intégration, en déduire la position de la particule : $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$. Faire apparaître v_{dr}.

Tracer l'allure de la trajectoire pour $v_o = 0, -1 \text{ et } 3$ par exemple. Vous pouvez vous aider de Python en prenant des valeurs numériques de votre choix pour les paramètres intervenant dans les équations.