Mécanique série n°3 : Oscillation partie 1, l'oscillateur harmonique à 1D

Exercice 1 : Equations différentielles

Indiquez si les équations différentielles suivantes sont caractéristiques d'un oscillateur harmonique ou non. Justifier. $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont des fonctions inconnues du temps.

a) $\ddot{y}-\frac{k}{m}y=0$ **b)** $\ddot{x}+\omega_0^2 z=0$ **c)** $\ddot{x}+y=0$ **d)** $\ddot{\theta}+\frac{g}{\ell}\sin\theta=0$

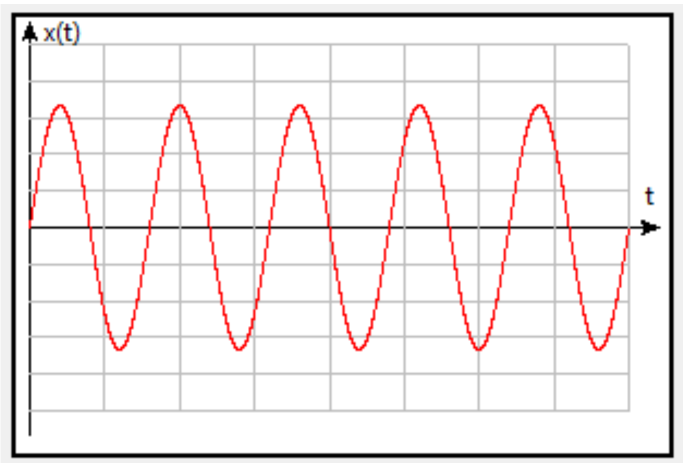
e) $\ddot{z}+\frac{k}{m}z=\frac{k}{m}z_0$ où z_0 est la valeur de $z(t)$ à $t=0$.

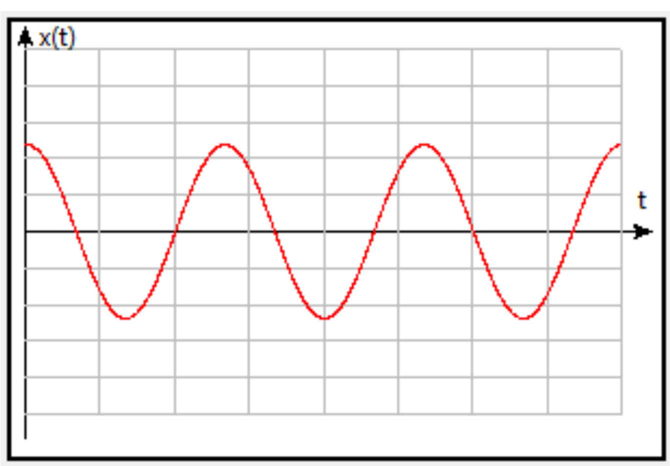
f) $\ddot{x}+\omega_0^2 x=x_0$ où x_0 est la valeur de $x(t)$ à $t=0$.

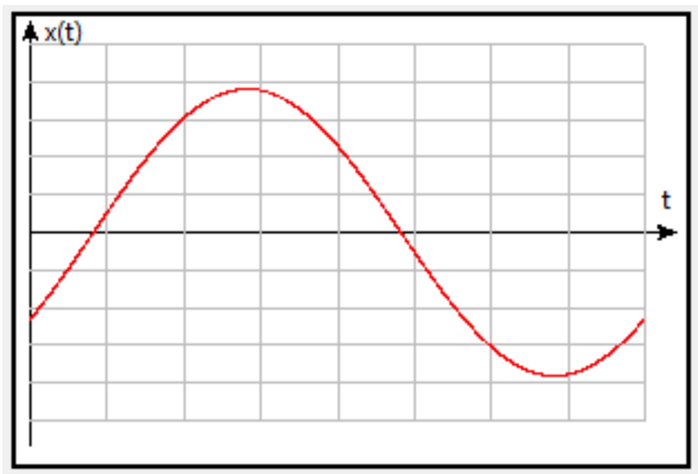
Exercice 2 : Etude graphique

On a réalisé l'acquisition de la position $x(t)$ d'un oscillateur harmonique en fonction du temps. En modifiant les éléments constitutifs de cet oscillateur, on obtient les quatre oscillogrammes suivants. Les échelles sont les mêmes pour les quatre acquisitions (1 s/div en abscisse et 1 m/div en ordonnée).

Précisez pour chacun des cas, les valeurs de la période propre, de la pulsation propre, de l'amplitude et de la phase à l'origine des temps.







Exercice 3 : Ressort + bloc

Un bloc de 2 kg est attaché à un ressort dont la constante de raideur vaut $k = 200\ \text{N.m}^{-1}$. On l'allonge de 5 cm et on le lâche à $t = 0$, après quoi il oscille sans frottement. Trouver :

a) L'équation de la position $x(t)$ du bloc en fonction du temps.

b) Sa vitesse lorsque $x = +A/2$.

c) Son accélération lorsque $x = -A/2$.

d) La force résultante sur le bloc au moment $t = \pi/15$ s.

e) Les trois premiers instants t auxquels le bloc passe à la position $x = -A/2$.

f) Pour quelle(s) valeur(s) de x on a égalité entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. Exprimer la réponse en fonction de A.

Exercice 4 : Pendule simple

Un pendule simple est constitué d'un objet ponctuel *M* de masse *m*, suspendu à un fil **inextensible** de longueur ℓ.

A la date $t = 0$ s, on le lâche de la position $\theta(t = 0) = 0°$ avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{u_\theta}$. On néglige tous les frottements. L'oscillation s'effectue dans le plan *xOy* ; la position du mobile, à l'instant *t*, est repérée par l'angle θ qu'il fait avec la verticale (axe *Oy*). Soit $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre considéré constant.

a) Faire l'inventaire des forces agissant sur *M*.

b) Ecrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans la base des coordonnées polaires, établir l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur accélération de *M*.

c) A l'aide du principe fondamental de la dynamique, déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ dans l'approximation des petits angles θ (c'est-à-dire qu'on fera l'approximation $\sin\theta \approx \theta$).

d) Donner la pulsation propre du mouvement du pendule simple.

e) Résoudre cette équation différentielle, c'est-à-dire donner l'expression de $\theta(t)$ compte tenu des conditions initiales et tracer l'évolution de $\theta(t)$.

Exercice 5 : Pistolet et aspect énergétique

On considère un pistolet à ressort qui propulse des balles en plastique de 10 g. Le ressort a une constante de raideur $k = 10\ \text{N.m}^{-1}$ et il est comprimé de 10 cm quand la balle est chargée dans le canon du pistolet. Quand la gâchette est activée, le ressort se détend et la balle est propulsée hors du canon. On néglige tout frottement

Que vaut la vitesse de la balle quand elle quitte le canon du pistolet ?

Il est intéressant d'utiliser la conservation de l'énergie mécanique pour résoudre cette question.

Exercice 6 : Mode de vibration d 'une molécule de HCl (source : http://www.etienne-thibierge.fr)

La fréquence de vibration de la molécule de chlorure d'hydrogène HCl est mesurée par spectroscopie comme valant $f = 8{,}5 \cdot 10^{13}$ Hz. On aborde dans cet exercice un premier modèle simple de la molécule, décrite comme un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de chlore fixe. L'interaction entre les deux atomes est modélisée par un pseudo-ressort de raideur k.

Données : masses molaires $M_{\mathrm{H}} = 1{,}0\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ et $M_{\mathrm{Cl}} = 35{,}5\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_{\mathrm{A}} = 6{,}0 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

1 - Pourquoi est-il raisonnable de supposer l'atome de chlore fixe ?

2 - Calculer la raideur k.

3 - On admet que l'énergie de la molécule est égale à $\frac{1}{2}hf$ où $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J · s est la constante de Planck. Calculer la vitesse maximale de l'atome d'hydrogène.

4 - Calculer l'amplitude de son mouvement.

Exercice 7 : Pendule conique

Une masse m est attachée à une corde de longueur $L = 1{,}2\ \text{m}$ et tourne à vitesse constante en décrivant un cercle comme indiqué sur le schéma ci-contre. La corde fait un angle $\alpha = 25°$ avec la verticale.

Déterminez la période T de rotation de ce pendule conique.