

# LOIS GÉNÉRALES DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES DANS L'APPROXIMATION DES RÉGIMES QUASI STATIONNAIRES

« Il n'y a dans l'homme que l'estomac à pouvoir être pleinement satisfait. La soif de connaissance et d'expérience, le désir d'agrément et de confort, ne peuvent jamais être apaisés. »

Thomas Edison

La science des circuits électriques est une science jeune qui s'appuie fondamentalement sur les lois de l'électromagnétisme (cf. cours de PTSI et de PT sur le sujet).

Notre objectif : Résoudre un circuit électrique, c'est-à-dire :

- ✓ Déterminer les **courants électriques** qui parcourent les fils de connexion.
- ✓ Déterminer les **tensions** entre deux points quelconques du circuit.

## I – Charge électrique et courant électrique

### 1.1 La charge électrique

La charge électrique (ou simplement charge) est la grandeur de base dans l'étude des circuits électriques.

La charge électrique est une propriété fondamentale des particules élémentaires qui constituent la matière. Elle s'exprime en Coulomb (C) ou en Ampère seconde (A.s).

Exemples :

- ✓ Electron: charge élémentaire  $-q \approx -1,6 \times 10^{-19}$  C.
- ✓ Proton: charge élémentaire  $q \approx 1,6 \times 10^{-19}$  C. C'est exactement l'opposée de la charge de l'électron.
- ✓ Neutron: charge élémentaire nulle.

Points importants:

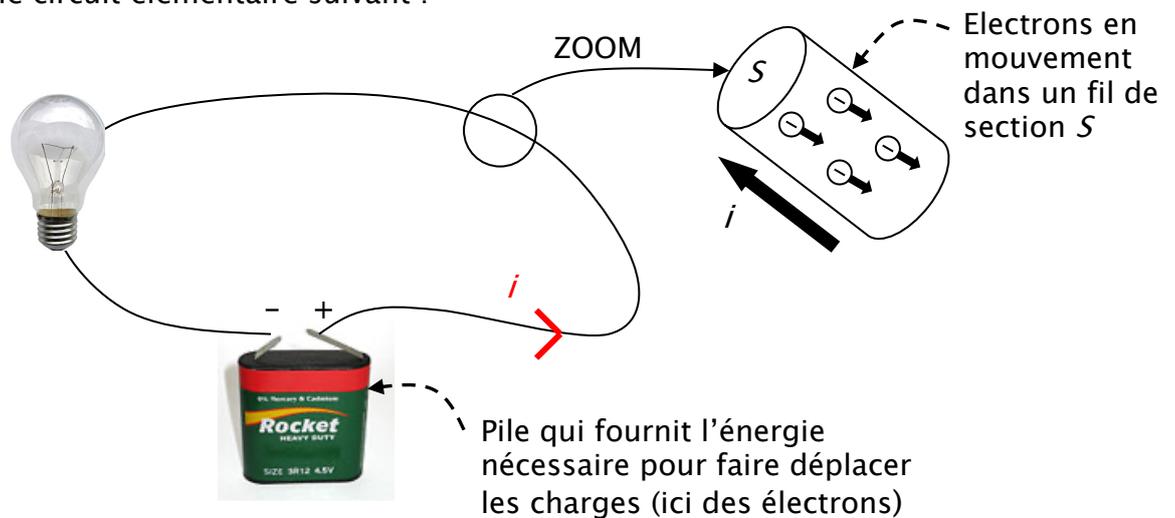
- ✓ Une charge de 1 C est une charge « importante ». Il faut  $\frac{1}{1,6 \times 10^{-19}} = 6,24 \times 10^{18}$  électrons pour produire une telle charge.
- ✓ D'après l'expérience, toutes les charges rencontrées dans la nature sont des multiples entiers de la charge élémentaire  $\pm q \approx \pm 1,6 \times 10^{-19}$  C. Les protons et les neutrons sont constitués de quarks dont la charge vaut  $-\frac{1}{3}q$  ou  $+\frac{2}{3}q$  mais nous ne pouvons observer ces derniers à l'état libre. Ils sont toujours confinés par trois à l'intérieur du proton et du neutron.

✓ **La loi de conservation de la charge** : aucune charge ne peut être créée ou détruite mais seulement transférée d'un point à un autre. En réalité, dans les laboratoires de physique des particules, dans le rayonnement cosmique ou encore au bord des trous noirs, des charges sont régulièrement créées et détruites mais toujours par paire. Si un électron de charge  $-q \approx -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  est produit, il doit être accompagné d'une particule de charge  $q \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  comme le positon (l'antiélectron). Si un électron est détruit, un positon doit aussi disparaître. Ainsi globalement, il n'y a pas de création ou de production nette de charge.

## 1.2 Le courant électrique

Le courant électrique résulte du **mouvement d'ensemble ordonné de charges électriques**. Dans les fils électriques métalliques, les porteurs de charge sont les électrons (seul cas que l'on va considérer dans ce cours). Dans les solutions ioniques (eau salée, fluide intercellulaire), les porteurs de charges sont les cations positifs et les anions négatifs

Considérons le circuit élémentaire suivant :



Le courant électrique est le taux de variation de la charge, mesuré en Ampères (A), c'est-à-dire le nombre de charges élémentaires  $dq$  qui traversent la section  $S$  du fil conducteur pendant l'intervalle élémentaire de temps  $dt$ .

Traduction mathématique :



$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

⇒ { Sens mathématique:  $i(t)$  est la dérivée de  $q(t)$  par rapport au temps.  
Interprétation physique: rapport de la quantité élémentaire de charge  $dq$  qui traverse la section  $S$  du fil conducteur pendant l'intervalle de temps élémentaire  $dt$ .

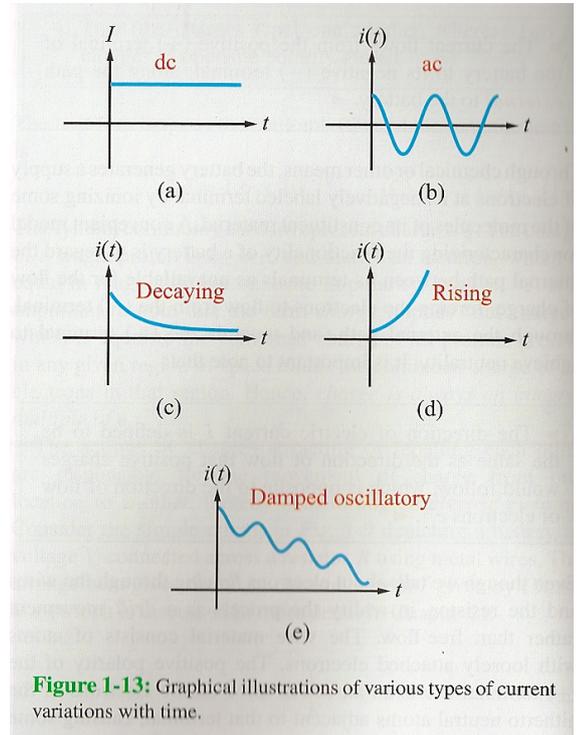
L'intensité s'exprime en ampère, la charge en coulomb et le temps en seconde. La **charge totale** qui traverse la section  $S$  entre les instants  $t_0$  et  $t$  est obtenue par intégration de la relation précédente :

$$Q(\text{charge totale}) = \int dq = \int_{t_0}^t i(t) dt$$

Attention : il faut noter que la convention (introduite par Benjamin Franklin 1706–1790) consiste à prendre l'intensité dans le sens contraire de l'écoulement des charges négatives (donc des électrons dans notre cas) ce qui revient à dire que l'intensité est orientée dans le même sens que l'écoulement des charges positives. Par la suite, nous allons rencontrer essentiellement deux types de courant  $i(t)$  (cf. figure ci-contre):

✓ **Les courants continus** (noté DC pour « Direct Current » en anglais).  $i(t)$  noté  $I$  est constant au cours du temps.

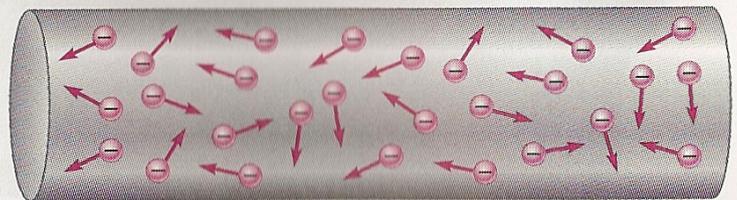
✓ **Les courants alternatifs** (dits aussi sinusoïdaux) (noté AC pour « Alternating Current » en anglais).  $i(t)$  varie de façon sinusoïdale avec le temps.



**Figure 1-13:** Graphical illustrations of various types of current variations with time.

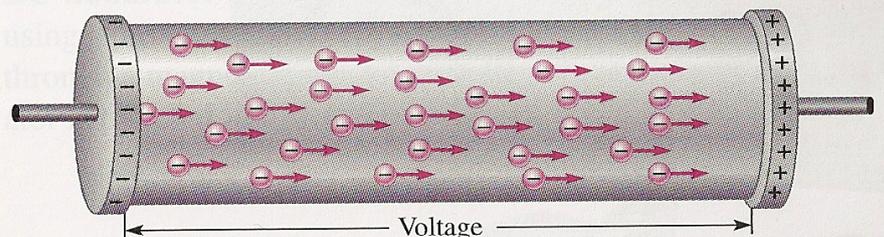
► **FIGURE 2-16**

Random motion of free electrons in a material.



► **FIGURE 2-17**

Electrons flow from negative to positive when a voltage is applied across a conductive or semiconductive material.

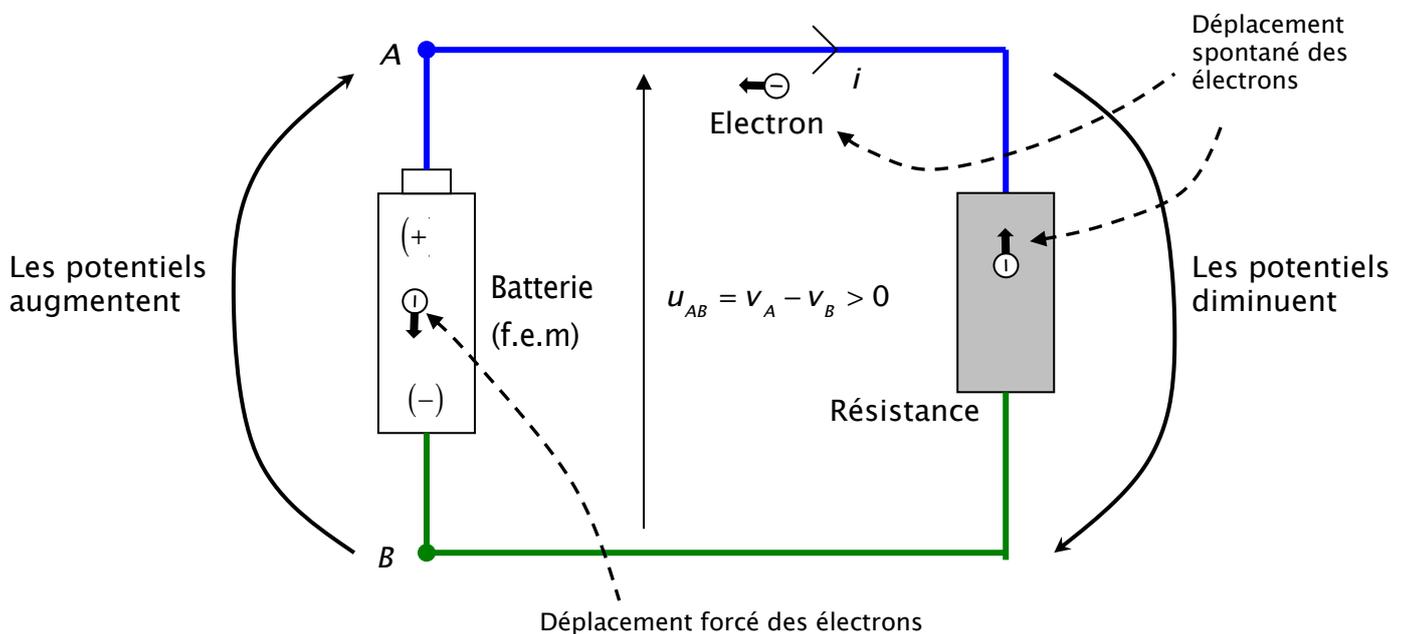


## Ordres de grandeurs d'une intensité électrique

Ordre de grandeur	Dispositif
1 mA	Seuil de perception
10 mA	DEL commune
100 mA	Électrocution.
1 A	Ampoule à incandescence
10 A	Radiateur 2000 W
100 A	Démarrreur automobile
1 kA	Moteur de locomotive
10 kA	éclair négatif
100 kA	éclair positif

## II – Potentiel et tension

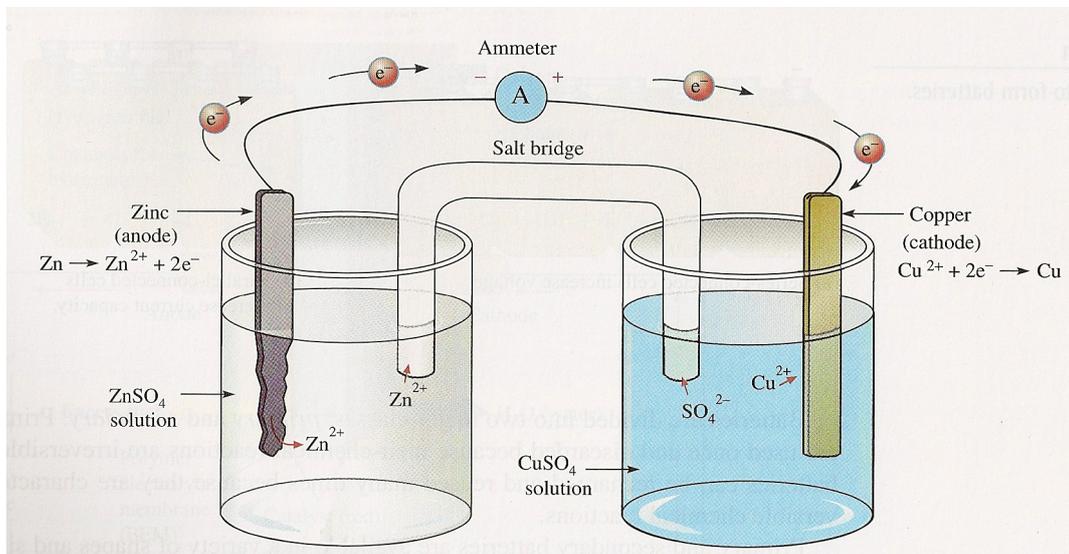
Pour créer un mouvement ordonné des électrons dans un conducteur (création d'un courant), il faut de l'énergie. Cette énergie est fournie par une source externe que l'on appelle **force électromotrice** (notée en général f.e.m) telle qu'une batterie, un générateur (cf. figure page ci-contre) . Le nom force est mal choisi puisque la f.e.m n'est pas une force mais l'intégrale (le travail) d'une force par unité de charge c'est-à-dire une énergie par unité de charge. Vous en apprendrez mieux en PT. Cette f.e.m produit une **différence de potentiel** ou **tension** entre deux points d'un circuit.



La différence de potentiels  $v_A - v_B$  (exprimée en volt, symbole V) entre les points A et B, que l'on appelle la tension  $u_{AB}$ , représente **l'énergie nécessaire pour faire bouger une charge de 1 C** entre les points A et B.

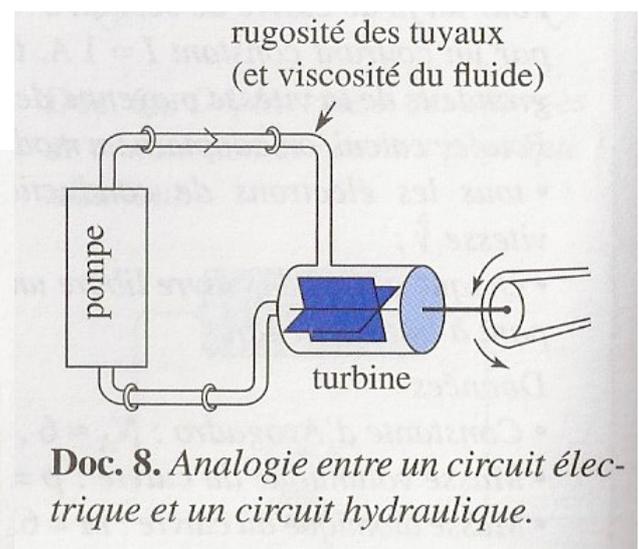
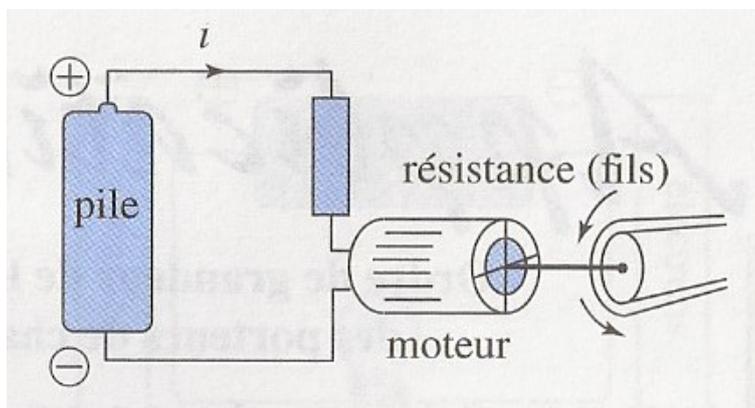
$qv_A$  représente l'énergie potentielle (d'origine électrostatique) d'une charge  $q$  au point A du circuit





**▲ FIGURE 2-10**  
 A copper-zinc battery. The reaction can only occur if an external path is provided for the electrons. As the reaction proceeds, the Zn anode is eaten away and  $\text{Cu}^{2+}$  ions combine with electrons to form copper metal on the cathode.

Ces deux résultats seront justifiés dans le cours d'électrostatique. On peut déjà faire l'analogie suivante : une particule de masse  $m$  dans le champ de pesanteur terrestre à une hauteur  $z$  possède (à une constante près) une énergie potentielle  $mgz$ . Cette énergie potentielle a pour origine l'interaction gravitationnelle (entre la terre et la masse). Ainsi, le potentiel  $v$  en un point est, dans le cas de l'interaction électrostatique, l'analogue de  $gz$  et  $q$  est l'analogue de la masse  $m$



Notons les points importants suivants :

- ✓ A l'extérieur de la batterie, le courant (assimilable à un déplacement organisé de charge positive) circule spontanément des potentiels les plus élevés aux plus faibles. Les électrons circulent donc des potentiels les plus faibles aux plus élevés.

✓ A l'intérieur de la batterie, on force le courant à remonter les potentiels par apport d'énergie (énergie chimique, énergie mécanique etc...). On force donc les électrons à aller des potentiels les plus hauts aux potentiels les plus bas.

✓  $qV$  est homogène à une énergie donc  $1 \text{ V} = 1 \text{ J.C}^{-1}$ .

Comme pour les courants électriques, nous allons rencontrer essentiellement des tensions AC et des tensions DC. On notera par une lettre majuscule les tensions et les potentiels constants dans le temps et par une lettre minuscule les tensions variables dans le temps (en particulier sinusoïdales).

### Ordres de grandeurs d'une tension électrique

Piles du commerce 1,5 V ; 4,5 V ; 9 V

Batteries d'accumulateurs : 6 V ; 12 V ; 24 V

Réseau de distribution EDF : 127 V ; 230 V ; 380 V

Tension d'alimentation du TGV : 25 kV

Ligne de transport à haute tension : 150 kV à 500 kV

Alternateur de centrale électrique : 5 kV à 25 kV

Foudre en ciel et terre pendant un orage : 100 000 kV à 500 000 kV

## **III – Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) <sup>1</sup>**

Les intensités et les tensions sont des grandeurs **qui se propagent** comme des ondes dans les conducteurs avec une vitesse finie de l'ordre de  $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  (cf. cours d'électromagnétisme de PT). Attention, par contre les électrons se déplacent relativement lentement dans les conducteurs. On peut faire l'analogie avec la chute des dominos. Chaque domino est un porteur de charge et se déplace lentement alors que la perturbation (le champ électromagnétique), c'est-à-dire les tensions et les courants, se propagent très rapidement (cf. figure page 8).



Il n'est pas possible de parler de façon rigoureuse de  $i(t)$  (ou de  $u(t)$ ) dans un circuit à un instant  $t$  puisque sa valeur dépend du point du circuit où nous l'évaluons (même pour une branche sans dérivation). En toute rigueur,  $i(t)$  et  $u(t)$  sont des fonctions non seulement du temps mais aussi de l'espace ;  $i = i(t, x, y, z)$  et  $u = u(t, x, y, z)$ .

Considérons les deux temps caractéristiques suivants :

---

<sup>1</sup> On parle aussi bien de **régimes quasi-stationnaires** que de **régimes lentement variables**.

✓  $\tau$  le temps de propagation du signal ( $i(t)$  ou  $u(t)$ ) sur la longueur  $l$  circuit.

✓  $T$  un temps intervenant dans le circuit (période d'un signal alternatif, temps de montée du signal, temps d'acquisition des mesures etc...).

**Si  $T \gg \tau$ , nous pouvons négliger les phénomènes de propagation des signaux, il s'agit de l'approximation des régimes (on dit aussi état) quasi-stationnaire (ARQS).**

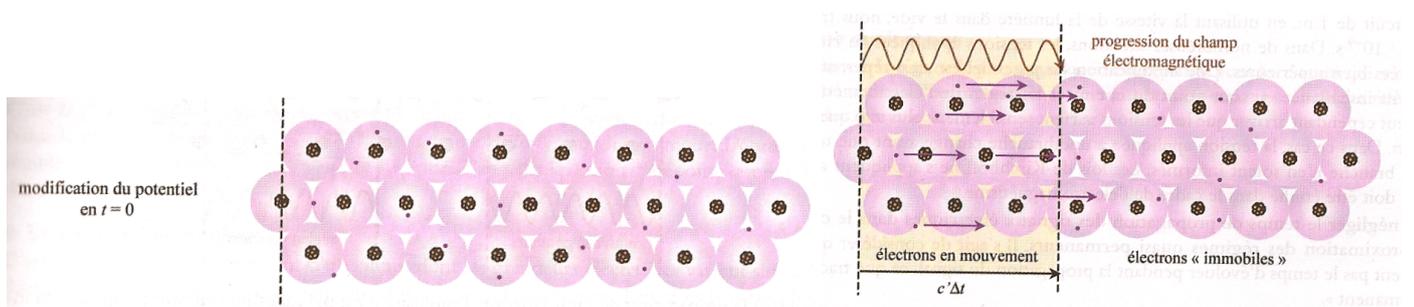
ARQS  $\Rightarrow$   $\begin{cases} i(t) & \text{identique en tout point du circuit pour une branche sans dérivation.} \\ u(t) & \text{identique en tout point du circuit aux bornes d'un dipôle.} \end{cases}$

Dans le cours, les TD et les TP, nous serons toujours dans le cadre de cette approximation.

✓ Il est également possible de traduire cette condition en termes de longueurs, en faisant appel à la notion de longueur d'onde. Pour une propagation à la vitesse  $c$ , la longueur d'onde des phénomènes de période  $T$  est  $\lambda = cT$ . Le critère à satisfaire pour avoir un régime lentement variable est  $l \ll cT$  c'est-à-dire  $l \ll \lambda$  où  $l$  est une longueur caractéristique du circuit.

Lorsque les dimensions d'un circuit sont petites devant la longueur d'onde associée à la période des phénomènes, les lois de l'électrocinétique sont utilisables.

Par exemple, considérons le courant de fréquence 50 Hz (période  $T = 20$  ms), qui est distribué sur le réseau d'énergie électrique. Le produit  $\lambda = cT$  vaut  $6 \times 10^6$  m. Ainsi, tout circuit dont la dimension caractéristique est petite devant 6 000 kilomètres peut être étudié selon les lois de l'électrocinétique des régimes lentement variables. C'est dans ce cadre que se situe l'électrocinétique, science qui s'intéresse à la production, au transport et à l'utilisation de l'énergie électrique. En revanche, la téléphonie mobile mettent en jeu des fréquences de l'ordre du gigahertz ( $T = 10^{-9}$  s),  $\lambda = cT$  correspond à 30 cm, ce qui change complètement l'ordre de grandeur !



## IV – Les dipôles

Dans un circuit électrique (on dit aussi **un réseau**), nous allons connecter entre eux différents éléments nommés **dipôles** car ils ont **deux bornes**, une borne d'entrée et une borne de sortie.

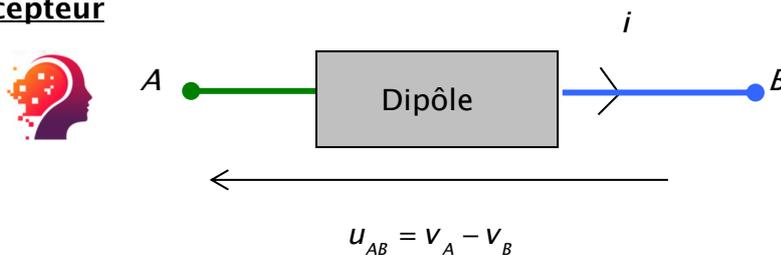
Pour caractériser un dipôle, il nous suffira de connaître la relation entre la tension  $u(t)$  à ses bornes et l'intensité  $i(t)$  qui le traverse, c'est-à-dire  $u = f(i)$ . Il n'est pas indispensable de connaître le fonctionnement physique interne des dipôles. Dans ce cours, nous étudierons les dipôles suivants :

- ✓ Les **résistances**, symboles  $R$ .
- ✓ Les **condensateurs**, symbole  $C$ .
- ✓ Les **inductances** (ou plus simplement bobines), symbole  $L$ .

Tous ces dipôles sont dits **passifs** car ils ne nécessitent pas d'alimentation extérieure. Nous étudierons aussi **l'amplificateur opérationnel** (symbole AO) qui possède deux bornes d'entrée et une borne de sortie. Il nécessite en plus une alimentation externe.

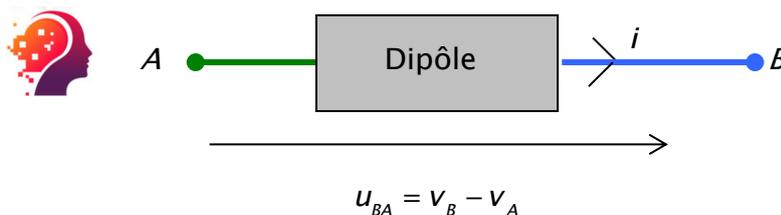
La connaissance de  $u = f(i)$  ne suffit pas pour l'étude des circuits, il faut encore savoir dans quelle **convention** nous allons travailler, c'est-à-dire si l'on prend  $u$  et  $i$  dans le même sens ou pas.

### ✓ Convention récepteur



( $i_A = i_B$  car nous sommes dans l'ARQS)

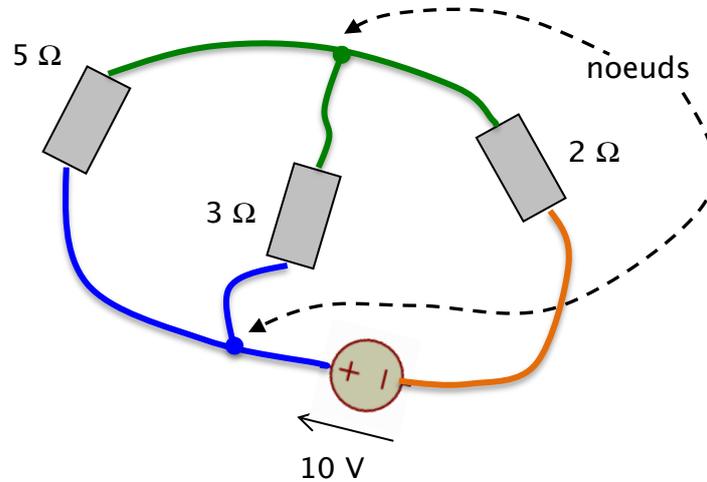
### ✓ Convention générateur



## V – Nœud, Branches, Mailles

### 5.1 Nœud

Un nœud est une jonction entre au moins 3 fils de connexion.

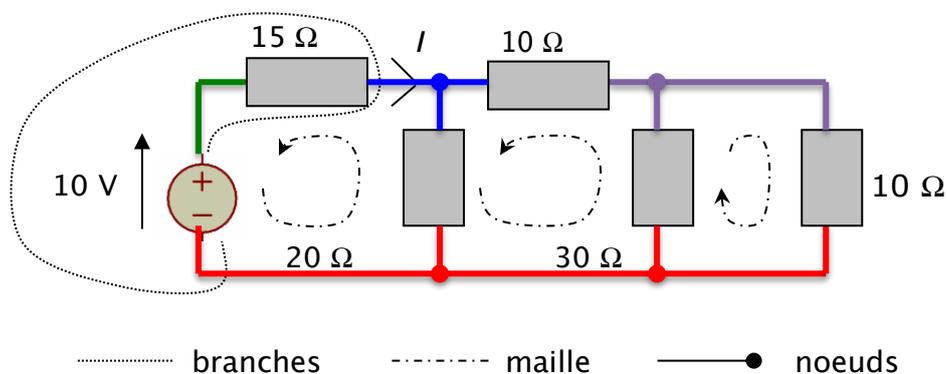


### 5.2 Branche

Une branche représente un ensemble de dipôles montés en série entre 2 nœuds.

### 5.3 Maille

Une maille est un ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque nœud intermédiaire (une maille peut être orientée).



## VI – Lois de Kirchhoff

Gustav Robert Kirchhoff, physicien allemand (1824–1887), a établi en 1847 deux lois qui fondent tous les calculs des circuits électriques :

- ✓ Loi des nœuds (relatives aux courants).
- ✓ Loi des mailles (relatives aux tensions).

## 6.1 Loi des nœuds de Kirchhoff

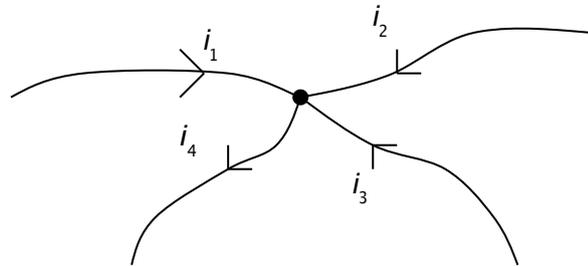


Cette loi repose physiquement sur la conservation de la charge électrique.

La somme des courants entrant dans un nœud est égale à la somme des courants quittant ce nœud. Traduction mathématique :

$$\sum_n \varepsilon_n i_n = 0 \text{ avec } \begin{cases} \varepsilon_n = +1 \text{ si } i_n \text{ arrive au nœud} \\ \varepsilon_n = -1 \text{ si } i_n \text{ repart du nœud} \end{cases}$$

Dans l'exemple suivant :  $i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0$ .



## 6.2 Loi des mailles de Kirchhoff

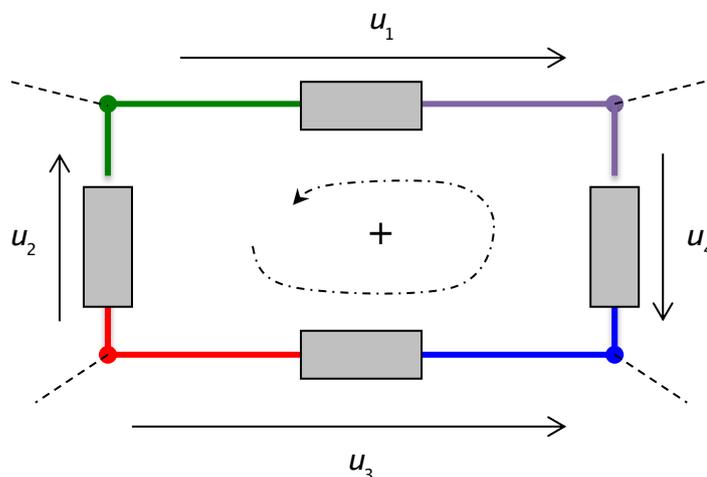


Cette loi repose physiquement sur l'additivité des tensions c'est-à-dire la conservation de l'énergie.

La somme algébrique des tensions le long d'un chemin fermé (une maille) est égale à 0. Traduction mathématique :

$$\sum_n \varepsilon_n u_n = 0 \text{ avec } \begin{cases} \varepsilon_n = +1 \text{ si } u_n \text{ orienté dans le sens de la maille} \\ \varepsilon_n = -1 \text{ si } u_n \text{ orienté dans le sens contraire de la maille} \end{cases}$$

Dans l'exemple suivant :  $-u_1 - u_2 - u_4 + u_3 = 0$ .

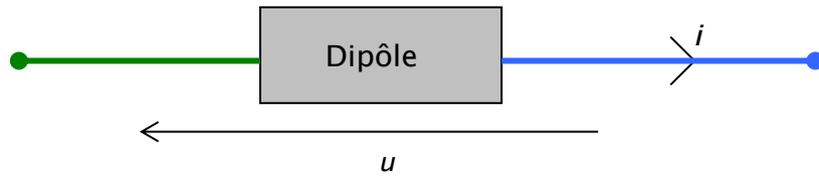


## VII - Puissance

On cherche à exprimer la **puissance**  $P(t)$  reçue ou cédée par un dipôle. Les résultats suivants seront justifiés dans le cours d'électrostatique.



• Convention récepteur :  $P(t) = u(t)i(t)$

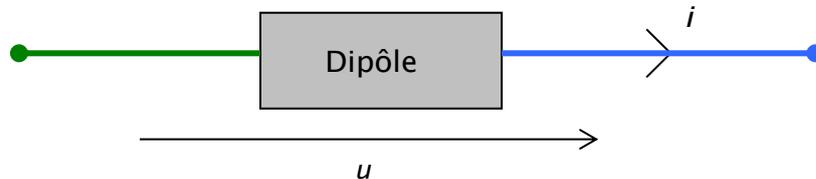


$P(t)$  s'exprime en  $W = J.s^{-1}$ ,  $u(t)$  en  $V = J.C^{-1}$  et  $i(t)$  en  $A = C.s^{-1}$ .  $u(t)i(t)$  est bien homogène à une puissance.

- ✓ Si  $P > 0$ , le dipôle absorbe de l'énergie, il a un comportement récepteur.
- ✓ Si  $P < 0$ , le dipôle cède de l'énergie, il a un comportement générateur.



• Convention générateur :  $P(t) = -u(t)i(t)$



- ✓ Si  $P > 0$ , le dipôle absorbe de l'énergie, il a un comportement récepteur.
- ✓ Si  $P < 0$ , le dipôle cède de l'énergie, il a un comportement générateur.

**Attention :** Le choix de la convention récepteur ou générateur dépend de la personne qui étudie le circuit. Le caractère récepteur ou générateur d'un dipôle dépend de sa nature physique indépendamment du choix de la convention utilisée.

### Ordres de grandeurs d'une puissance électrique

Puissance	Appareils
1mW = $10^{-3}$ W	montre - DEL laser
	calculatrices
1W	lampe de poche
	tube fluorescent
	lampe à incandescence
1kW (kilowatt) = $10^3$ W	appareil électroménager
	installation électrique domestique
1MW (mégawatt) = $10^6$ W	moteur de TGV
1GW (gigawatt) = $10^9$ W	centrale électrique
1PW (petawatt) = $10^{15}$ W	Laser "petawatt" du CEA