

**Mécanique et chimie des solutions aqueuses****Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :**

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

**CONSIGNES :**

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.

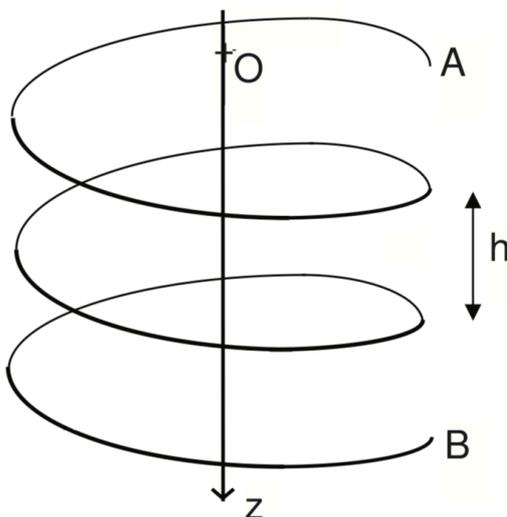
**Exercice: Estimation du PH au point d'équivalence du titrage d'un acide faible par une base forte**

Le venin des fourmis contient de l'acide formique ( $\text{HCOOH}$  ; « formica » est le nom latin pour fourmi). Supposez que vous soyez dans une société pharmaceutique travaillant sur un antidote rapide et que vous ayez besoin d'estimer le pH au point d'équivalence lors du titrage d'une solution d'acide formique. Estimez le pH au point d'équivalence du titrage de 25,00 mL de  $\text{HCOOH}(\text{aq})$  0,100 M par  $\text{NaOH}(\text{aq})$  0,150 M.

Note:  $1 \text{ M} = 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$   $pK_A(\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-) = 3,7$

**Problème 1: Etude de la descente d'un toboggan (Extrait banque PT)**

Le toboggan est représenté sur la figure suivante.



Pour l'étude du mouvement, on propose le modèle suivant :

- L'enfant de masse  $m = 50 \text{ kg}$ , est assimilé à un point matériel  $M$ .
- Le toboggan, de forme hélicoïdale, débute en  $A$  et se termine en  $B$  après 3 tours exactement ; il s'enroule sur un cylindre vertical de rayon  $R = 5 \text{ m}$ . **On néglige tout frottement.**

- A chaque tour complet, l'enfant descend d'une hauteur  $h$ .

Le point  $M$ , initialement immobile en  $A$ , est repéré par ses coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ ,  $z$  étant la cote du point  $M$  sur l'axe de symétrie de la trajectoire, choisi **vertical descendant**.

L'origine  $O$  de l'axe  $Oz$  est choisie à l'intersection de cet axe et du plan horizontal passant par  $A$ .

On donne l'accélération de la pesanteur  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

On note  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  la base locale orthonormée directe associée au système des coordonnées cylindriques.

**27.** Les équations de la trajectoire sont données par les relations :  $r(\theta) = R$  et  $z(\theta) = \gamma \cdot \theta$  où  $\gamma$  est une constante positive. Exprimer  $h$  en fonction de  $\gamma$ .

**28.** Exprimer le vecteur position et le vecteur vitesse du point  $M$  en fonction de  $R, \theta, z$  et de leurs dérivées temporelles  $\dot{\theta}, \dot{z}$ .

**29.** Montrer que l'énergie mécanique de l'enfant peut se mettre sous la forme :  $E_m = \frac{1}{2} A \dot{z}^2 - Bz$ , où  $A$  et  $B$  sont des constantes à expliciter en fonction des données.

**30.** Déterminer la vitesse  $v_s$  de l'enfant en sortie de toboggan en fonction de  $g$  et  $h$ .

**31.** Déterminer l'équation différentielle satisfaite par  $z(t)$  et en déduire la durée  $T$  de la descente en fonction de  $A, B$  et  $h$ .

**32.** Si on prend en compte une force de frottement de norme constante  $F$ , exprimer l'énergie perdue par l'enfant au cours de la descente, en fonction de  $F, R$  et  $\gamma$ .



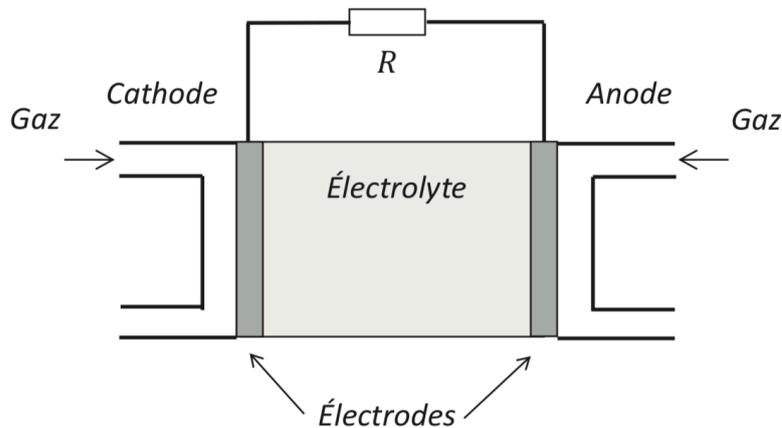
## Problème 2: Pile à combustible (Extrait TSI-CCP)

Le dihydrogène peut être utilisé en tant que combustible dans une pile à hydrogène selon une réaction d'oxydo-réduction. Les deux réactifs sont le dihydrogène et le dioxygène présent dans l'air. Les couples d'oxydo-réduction mis en jeu sont ceux de l'eau :  $O_{2(g)}/H_2O_{(l)}$  et  $H^+_{(aq)}/H_{2(g)}$  (ou  $H_3O^+_{(aq)}/H_{2(g)}$ ). Pour mettre en œuvre cette réaction, on dispose de deux électrodes, l'anode et la cathode, séparées par un électrolyte. La réaction est favorisée par la présence d'un catalyseur dont on ne mentionnera plus la présence par la suite. La pile débite dans une charge résistive modélisée par une résistance  $R$ .

**Q42.** Écrire les demi-équations électroniques relatives au fonctionnement de la pile.

**Q43.** En déduire l'équation de la réaction ayant lieu lorsque la pile débite.

**Q44.** Recopier et compléter le schéma de la pile à hydrogène présenté en **figure 3** en repérant les espèces en présence à l'anode et à la cathode. Indiquer le sens conventionnel du courant électrique  $I$  et le sens de circulation des porteurs de charges. Indiquer les polarités des électrodes.



**Figure 3** – Pile à combustible débitant sur une résistance  $R$

**Q45.** Quelle est l'utilité de l'électrolyte ?

On estime à 500 moles la quantité de matière de dihydrogène nécessaire pour faire rouler une voiture sur une distance de 100 kilomètres.

**Q46.** Quelle est la quantité de matière de porteurs de charge  $n_e$  nécessaire pour parcourir 100 kilomètres ?

**Q47.** Quelle est la charge électrique  $Q$  libérée par ces porteurs de charge ? On donne le nombre de Faraday  $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

**Q48.** En réalité, la pile à hydrogène est constituée de 256 cellules câblées en série, délivrant une tension de 0,7 V chacune. Elle développe par ailleurs une puissance totale de 20 kW. Déterminer le temps nécessaire pour parcourir la distance désirée de 100 kilomètres. Votre démarche sera clairement exposée.

**Q49.** Calculer la vitesse en km/h du véhicule équipé d'une telle pile à hydrogène. Conclure sur les améliorations à apporter à ce projet pour voir les voitures rouler à l'acide formique.