

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème 1 : Moteur à cycle de Stirling (Extrait concours ATS)

On considère $n = 40$ mmol d'hélium, assimilable à un gaz parfait de coefficient isentropique constant $\gamma = C_p / C_v = 1,66$, subissant un cycle modélisé par les évolutions suivantes à partir de l'état A de volume $V_A = 1$ L :

- Compression isotherme réversible au contact de la source \mathcal{S}_f , jusqu'à l'état B , de volume $V_B = V_A / 4$;
- Échauffement isochore au contact thermique de la source \mathcal{S}_c jusqu'à l'état C ;
- Détente isotherme réversible au contact de la source \mathcal{S}_c jusqu'à l'état D , de volume V_A ;
- Refroidissement isochore au contact thermique de la source \mathcal{S}_f jusqu'à l'état A .

La source chaude \mathcal{S}_c est maintenue à température constante $T_c = 930$ K par un brûleur alimenté en méthane et en air.

La source froide \mathcal{S}_f est maintenue à température constante $T_f = 330$ K, en régime permanent de fonctionnement, par le retour d'eau froide des circuits de chauffage.

III.1. Calculer les valeurs numériques de pression et de volume dans chacun des états. On présentera les résultats dans un tableau.

III.2. Représenter l'allure du cycle en coordonnées de Clapeyron (P, V).

III.3. Le cycle est-il moteur ou récepteur ? Justifier.

III.4. On rappelle la relation de Mayer : $C_p - C_v = nR$. Exprimer C_p et C_v en fonction de n , R et γ .

III.5. Déterminer pour la transformation $A \rightarrow B$ l'expression du travail W_{AB} et du transfert thermique Q_{AB} reçus par le fluide en fonction de n , R et T_f . Commenter le signe de W_{AB} .

III.6. Déterminer pour la transformation $B \rightarrow C$ l'expression du travail W_{BC} et du transfert thermique Q_{BC} reçus par le fluide en fonction de n , R , γ , T_f et T_c . Commenter le signe de Q_{BC} .

III.7. En déduire l'expression de l'entropie échangée \mathcal{S}_e par le fluide au cours de la transformation $B \rightarrow C$.

III.8. Déterminer l'expression de la variation d'entropie du fluide ΔS_{BC} .

III.9. Calculer numériquement \mathcal{S}_e et ΔS_{BC} . La transformation $B \rightarrow C$ est-elle réversible ?

III.10. Déterminer pour la transformation $C \rightarrow D$ l'expression du travail W_{CD} et du transfert thermique Q_{CD} reçus par le fluide.

III.11. Déterminer pour la transformation $D \rightarrow A$ l'expression du travail W_{DA} et du transfert thermique Q_{DA} reçus par le fluide.

III.12. Exprimer le travail total W_t fourni par le moteur au cours d'un cycle, en fonction de n , R , T_f et T_c .

III.13. Le moteur produit du travail à partir de l'énergie thermique reçue au cours de la détente isotherme $C \rightarrow D$. Exprimer le rendement du moteur η_m uniquement en fonction de T_f et T_c et calculer sa valeur.

III.14. Calculer le travail total W_t fourni par le moteur au cours d'un cycle. Combien de cycles par seconde doit effectuer le moteur pour fournir une puissance \mathcal{P} de 2 kW ?

Problème 2 : Système masse-ressort, oscillations libres et forcées, analogie électromécanique (Extrait concours CAPLP Maths-Sciences)

I- Etude mécanique d'un système masse ressort

Les figures se trouvent en fin d'énoncé de cet exercice.

On dispose d'une masse $m = 50 \text{ g}$ et d'un ressort à spires non jointives. La masse du ressort est négligeable, sa constante de raideur est $k = 12,5 \text{ N.m}^{-1}$ et sa longueur à vide $l_0 = 30 \text{ cm}$. La masse est constituée par un cylindre en laiton de hauteur $h = 2 \text{ cm}$ et de rayon $R = 1 \text{ cm}$. L'intensité g de la pesanteur sera prise égale à $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Le référentiel d'étude est celui du laboratoire et il est supposé galiléen.

A. Oscillations libres sans amortissement.

Le ressort est accroché par son extrémité supérieure O à un support fixe. La masse est suspendue à l'autre extrémité du ressort (figure 1).

I.A1. Déterminer l_{eq} , longueur du ressort à l'équilibre. En déduire l'abscisse z_{eq} du centre de masse G de m. On fera les applications numériques.

I.A2. On étudie les oscillations autour de la position d'équilibre précédente. On note $x(t)$ l'écart entre la position de G à l'instant t et sa position d'équilibre.

- Déterminer l'équation différentielle qui régit $x(t)$.
- Quelle est la nature du mouvement attendu ? On calculera une grandeur caractéristique de ce mouvement.
- Un dispositif non représenté sur la figure 1, permet d'enregistrer les variations de l'allongement en fonction du temps. La figure 2 fournit les courbes obtenues pour diverses conditions initiales.
 - Préciser sans calcul, les conditions initiales (à $t = 0$) pour les trois cas envisagés.
 - Ces courbes sont-elles en accord avec le mouvement attendu ?

B. Oscillations libres avec amortissement.

Afin d'étudier l'influence du frottement fluide, la masse est plongée dans un liquide de masse volumique $\mu = 1130 \text{ kg.m}^{-3}$ (figure 3). La masse est constamment totalement immergée.

I.B1. Effectuer un bilan des forces agissant sur la masse à l'équilibre. Déterminer la nouvelle valeur l'_{eq} de la longueur du ressort.

I.B2. La force de frottement est donnée par $\vec{F} = -\alpha \cdot \vec{v}$ où α est une constante et \vec{v} la vitesse de la masse suivant Oz. On montre alors que l'équation différentielle du mouvement est donnée par :

$$m \cdot \ddot{x} + \alpha \cdot \dot{x} + k \cdot x = 0$$

- On souhaite obtenir un régime pseudopériodique. Comment faut-il choisir α ?
- On suppose qu'on écarte la masse de a par rapport à l'équilibre et qu'on lâche sans vitesse initiale. La solution $x(t)$ est de la forme : $x(t) = A \cdot \exp(-\lambda t) \cdot [\cos(\omega t) + b \cdot \sin(\omega t)]$. Donner l'expression littérale de la pseudo-période T du mouvement, ainsi que de λ , en fonction de

$$\lambda, m, \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

I.B3. On enregistre le mouvement de la masse avec le même système qu'en A. La courbe obtenue est donnée figure 4. On définit le décrétement logarithmique comme $\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x(t)}{x(t+nT)} \right)$.

- Déterminer δ à partir de l'enregistrement. En déduire la valeur de la constante α .
- Etablir la relation théorique entre δ , α et T.
- En déduire la valeur de la constante α .

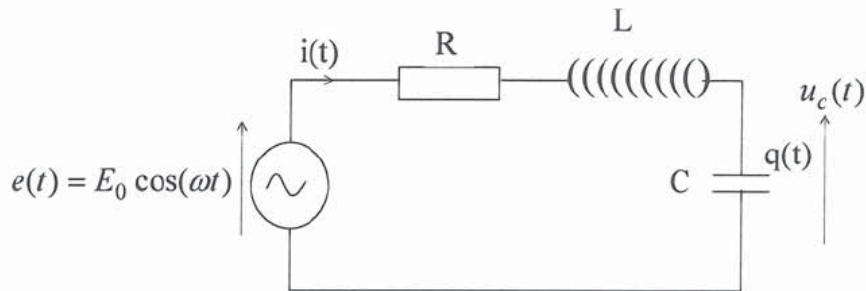
II- Oscillations forcées par analogie électromécanique

Pour étudier le régime sinusoïdal forcé du système masse ressort précédent, on peut forcer le mouvement de l'extrémité O à l'aide d'un système bielle manivelle. Le mouvement est alors régi par l'équation :

$$m.\ddot{x} + \alpha.\dot{x} + k.x = k.a.\cos(\omega t)$$

On a $m = 50\text{g}$, $k = 12,5 \text{ N.m}^{-1}$ et on choisit $a = 2\text{cm}$ $\alpha = 0,5 \text{ SI}$. Plutôt que l'étude mécanique, on utilise un analogue électrique formé par un circuit RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $e(t) = E_0.\cos(\omega t)$.

II.1. On considère le schéma électrique ci-dessous :



- On note q la charge du condensateur. Déterminer l'équation différentielle suivie par q .
- Préciser l'analogie électromécanique à l'aide d'un tableau de correspondance. On donnera en particulier les équivalents électriques du déplacement $x(t)$, de la vitesse, de la force excitatrice, de la masse, du coefficient de frottement et de la constante de raideur du ressort.
- On fixe $R = 10\Omega$. Quelles valeurs faut-il imposer à L , C et E_0 pour que le système électrique ait les mêmes caractéristiques que le système mécanique, c'est-à-dire que $x(t)$ soit numériquement identique à tout instant à $q(t)$.

II.2. On s'intéresse à la solution en régime sinusoïdal forcé. On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ pulsation propre, et

$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ facteur de qualité. (On prend $j^2 = -1$)

- Déterminer l'expression du courant $i(t)$ en notation complexe, circulant dans le circuit RLC.
- En déduire la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.
- A partir de l'étude aux hautes et basses fréquences de $i(t)$ et $u_c(t)$ donner une interprétation physique du mouvement de la masse m aux hautes et basses fréquences.
- On pose $i(t) = I(\omega).\exp(j\phi(\omega))$. Donner les expressions de $I(\omega)$ et $\phi(\omega)$.
- Montrer qu'il y a résonance d'intensité pour une pulsation que l'on déterminera. Donner l'allure des courbes $I(\omega)$ et $\phi(\omega)$.
- Définir et calculer la bande passante en pulsation du circuit.

Mécanique

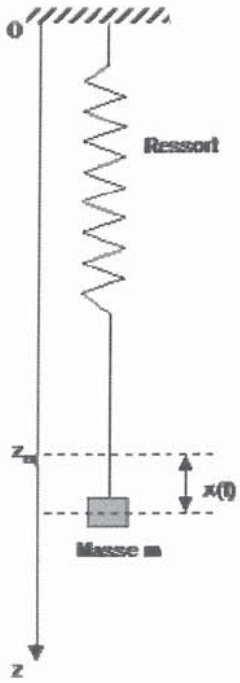


Figure 1

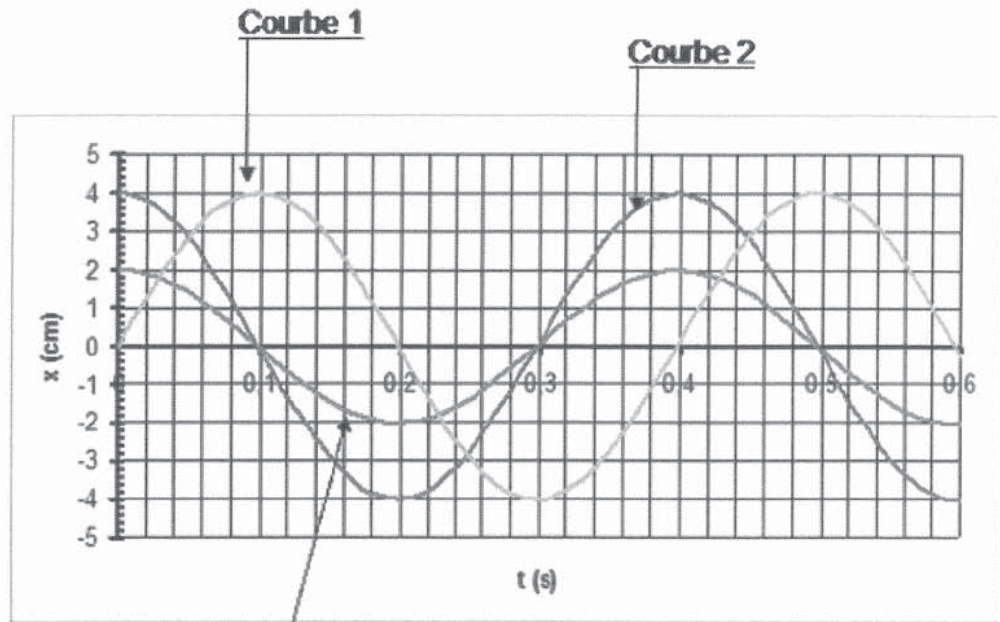


Figure 2

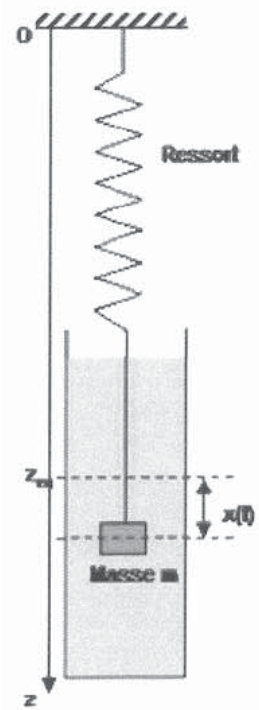


Figure 3

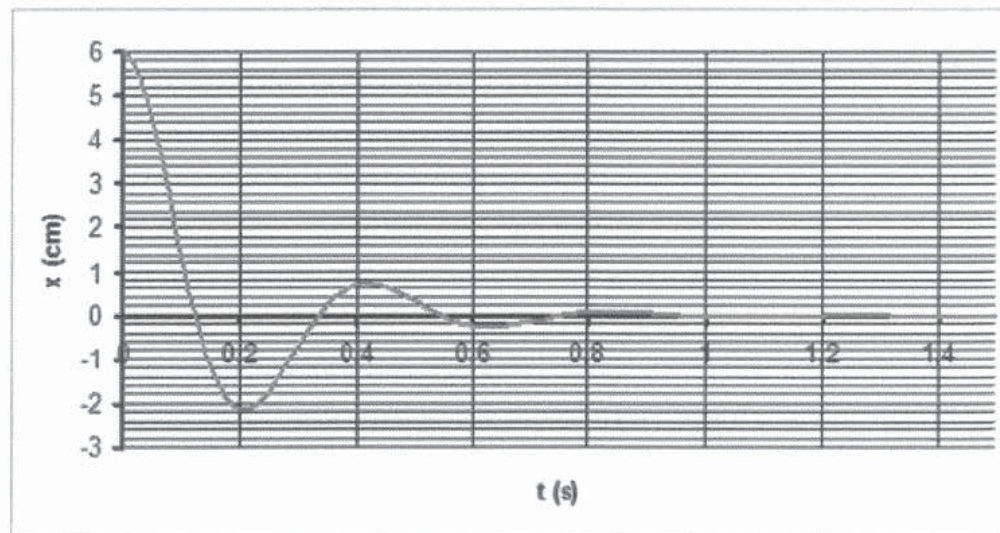


Figure 4

Problème 3: Teneur en Azote d'un engrais (extrait banque PT)

L'ammonitrate est un engrais azoté solide, bon marché, très utilisé dans l'agriculture. Il est vendu par sac de 500 kg et contient du nitrate d'ammonium $\text{NH}_4\text{NO}_3(\text{s})$. Les indications fournies par le fabricant d'engrais sur le sac à la vente stipulent que le pourcentage en masse de l'élément azote N est de 34,4%.

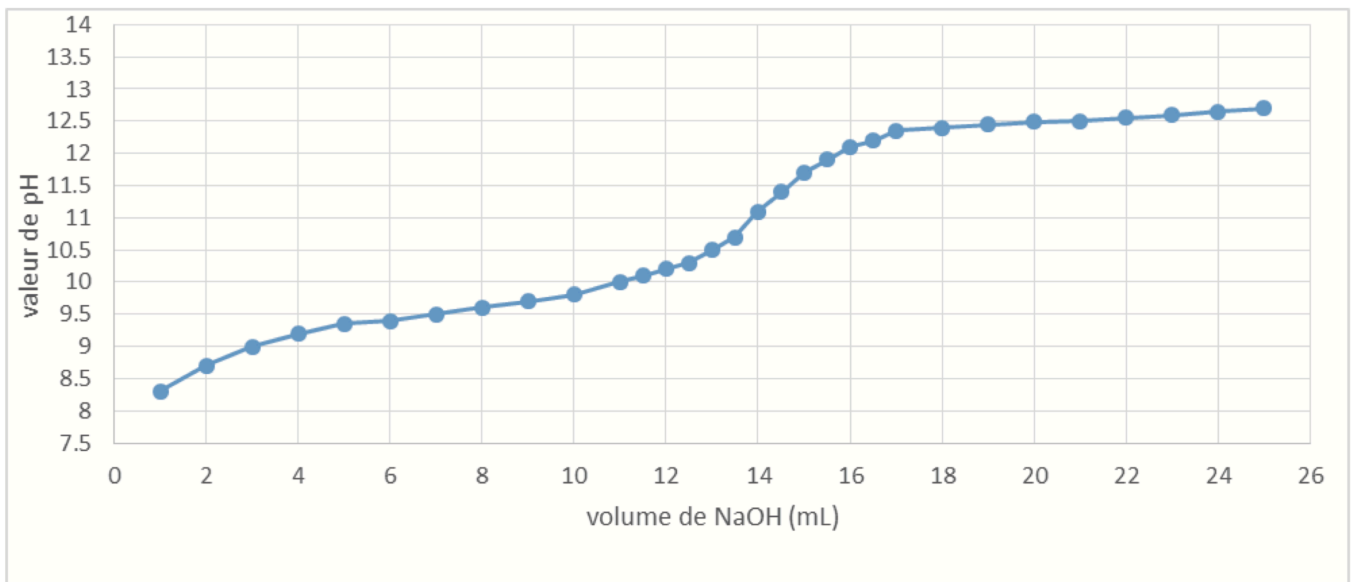
Afin de vérifier l'indication du fabricant, on dose les ions ammonium $\text{NH}_4^+(\text{aq})$ présents dans l'engrais en introduisant dans un bécher $V_1 = 10,0$ mL d'une solution préparée en dissolvant 6,00 g d'engrais dans une fiole jaugée de $V_0 = 250$ mL. Cette solution est dosée à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium NaOH de concentration $c = 0,200$ mol.L⁻¹. A l'équivalence, le volume de soude ajouté V_E est de 14,0 mL.

Q.28 Le nitrate d'ammonium est très soluble dans l'eau. Ecrire la réaction de dissolution correspondante.

Q.29 L'ion ammonium $\text{NH}_4^+(\text{aq})$ est-il un acide ou une base selon Brønsted ? Justifier la réponse.

Q.30 Ecrire l'équation de la réaction correspondant au titrage.

Q.31 La figure ci-après représente la courbe $\text{pH} = f(V_{\text{NaOH}})$. Indiquer une méthode graphique pour trouver le point d'équivalence. Donner les coordonnées ce point.



Q.32 Quelles sont toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange réactionnel à l'équivalence ? Justifier le pH basique de la solution en ce point.

Q.33 Donner la formule littérale permettant de calculer la quantité de matière d'ions $\text{NH}_4^+(\text{aq})$ dans la fiole jaugée en fonction des données.

L'application numérique donne $7,00 \cdot 10^{-2}$ mol d'ions $\text{NH}_4^+(\text{aq})$. En déduire la quantité de nitrate d'ammonium présente dans cette fiole.

Q.34 Calculer la masse d'azote (arrondie au gramme près) présente dans l'échantillon. Les indications du fabricant sont-elles correctes ?