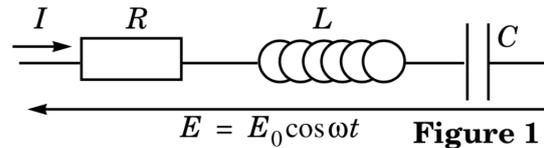


Circuit électrique**Problème 1 : circuit RLC : résonance ( extrait Centrale-Supélec TSI )****I.A - Résonance série**

Le dipôle de la figure 1 (une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $R$  est montée en série avec un condensateur de capacité  $C$ ), alimenté par une tension sinusoïdale



$$E = E_0 \cos \omega t$$

de pulsation  $\omega$  variable, est parcouru par un courant

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) .$$

I.A.1) Exprimer l'impédance complexe  $Z_s$  de ce dipôle.

I.A.2) En déduire l'impédance (réelle)  $Z_s$  de ce dipôle et le retard de phase  $\varphi$  du courant  $I$  sur la tension  $E$  en fonction de la pulsation propre

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

et du facteur de qualité

$$Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

de ce circuit.

I.A.3) Tracer le graphe du rapport

$$\frac{Z_s}{R}$$

en fonction du rapport

$$x = \frac{\omega}{\omega_0} .$$

I.A.4) Quelle est la valeur maximale  $I_{0\text{Max}}$  de l'amplitude  $I_0$  du courant ? Pour quelle valeur de la pulsation est-elle atteinte ?

Tracer les graphes du rapport

$$\frac{I_0}{I_{0\text{Max}}}$$

et de la phase  $\varphi$  en fonction de  $x$ .

I.A.5) L'acuité de la résonance est définie par le rapport

$$A = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \text{ où } \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \text{ (avec } \omega_2 > \omega_1 \text{)}$$

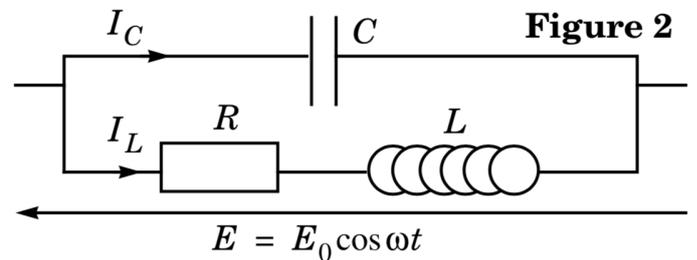
représente la bande de pulsations dans laquelle l'amplitude du courant vérifie

$$I_0(\omega) \geq \frac{I_{0\text{Max}}}{\sqrt{2}} .$$

Déterminer  $A$  en fonction de  $Q$ . Dans quel domaine varie la phase  $\varphi$  pour  $\omega \in [\omega_2, \omega_1]$  ?

## I.B - Résonance parallèle

On considère maintenant le dipôle de la figure 2 (la bobine  $L$ ,  $R$  est montée en dérivation avec le condensateur  $C$ ), alimenté par la tension sinusoïdale  $E = E_0 \cos \omega t$  de pulsation  $\omega$  variable.



I.B.1) Exprimer l'impédance complexe  $\underline{Z}_P$  de ce dipôle en fonction de  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $\omega$ .

I.B.2) En déduire l'expression  $\underline{Z}_P$  en fonction de  $R$ ,  $C$ ,  $\omega$ ,  $Q$ ,  $\omega_0$  et  $\underline{Z}_s$  ( $Q$ ,  $\omega_0$  et  $\underline{Z}_s$  ayant été définis à la question précédente).

I.B.3) Montrer que, lorsque le facteur de qualité est très élevé ( $Q \gg 1$ ) et la pulsation  $\omega$  pas trop faible

$$\left( Q \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \right),$$

$\underline{Z}_P$  peut se mettre sous la forme approchée :

$$\underline{Z}_P \approx \frac{Q^2 R^2}{\underline{Z}_s}.$$

On utilisera ce résultat dans toute la suite de la question I.B.

I.B.4) Quelle est la valeur de  $\underline{Z}_P$  pour la pulsation  $\omega_0$  ? Quel est alors le comportement de ce circuit ?

I.B.5) On suppose  $\omega = \omega_0$ . Déterminer les valeurs approximatives des intensités réelles  $I_L$  et  $I_C$  qui traversent respectivement la bobine et le condensateur en fonction de  $R$ ,  $Q$ ,  $\omega$ , du temps  $t$  et de l'amplitude  $E_0$  de la tension d'alimentation du dipôle. Commenter les résultats obtenus.

## Problème 2 : filtre (extrait Banque PT, épreuve A)

Sur la Figure F9 on donne le schéma d'un filtre. On note  $\underline{H}_F(\omega)$  sa fonction de transfert.

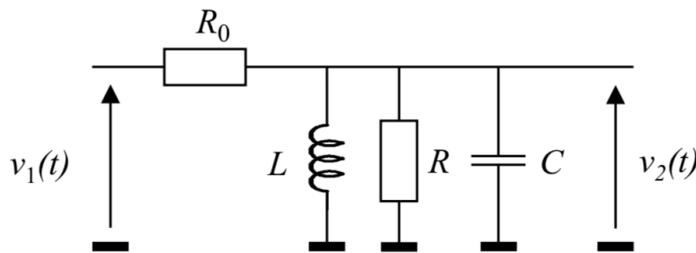


Figure F9. Schéma du filtre.

**Q45.** Déterminer l'expression de  $\underline{H}_F(\omega)$  et la mettre sous la forme  $\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + jQ_F \left[ x - \frac{1}{x} \right]}$  avec

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 \text{ étant la pulsation propre du filtre.}$$

Expliciter littéralement  $Q_F$ ,  $H_0$  et la fréquence caractéristique  $f_0$ .

**Q46.** Donner l'expression reliant le facteur de qualité, la fréquence propre et la bande passante à -3 dB.

On choisit  $R_0 = 470 \, \Omega$ ,  $R = 120 \, \Omega$ ,  $L = 50 \, \mu\text{H}$  et  $C = 50 \, \text{nF}$  de sorte que :  $H_0 \approx 0,2$ ,  $f_0 \approx 100 \, \text{kHz}$  et  $Q_F \approx 3$ .

**Q47.** Faire une représentation graphique approchée du gain en décibel  $G_{\text{dB}}$  en fonction de  $\log(x)$  ; préciser quelques valeurs sur ce graphe. Faire apparaître sur ce graphe la "bande passante à -3 dB".