Optique géométrique, circuits électriques

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème 1 : Fibre optique à saut d'indice (Mines Physique 2 PC, 2011)

FIBRE OPTIQUE À SAUT D'INDICE

L'épreuve est constituée de trois parties indépendantes. La première partie concerne l'étude de la propagation de la lumière dans une fibre optique dans le cadre de l'optique géométrique. La deuxième partie complète la première en étudiant la structure transverse d'une onde électromagnétique dans la fibre, et les conditions d'obtention d'une fibre monomode. Enfin, la dernière partie traite des effets non linéaires dans la fibre, notamment de l'effet Kerr optique. Après une modélisation microscopique de ce dernier, on s'intéresse au phénomène d'auto-modulation de phase et à l'existence possible de solitons optiques. Les applications numériques seront données avec 3 chiffres significatifs.
Une fibre optique à saut d'indice, représentée sur la figure 1 est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe (Ox), de diamètre $2a$ et d'indice n entouré d'une gaine optique d'indice n_1 légèrement inférieur à n. Les deux milieux sont supposés homogènes, isotropes, transparents et non chargés. Un rayon situé dans le plan (Oxy) entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence θ. Afin de ne pas confondre l'angle i d'incidence sur la gaine avec le nombre complexe imaginaire pur de module 1, on notera ce dernier j tel que $j^2 = -1$. Quelques constantes sont données en fin d'épreuve. Les vecteurs sont surmontés d'un chapeau, $\widehat{u}_x$, s'ils sont unitaires ou d'une flèche, $\vec{E}$, dans le cas général.

I. — Approche géométrique de la propagation

Dans cette partie, les rayons lumineux sont supposés issus d'une radiation monochromatique de fréquence f, de pulsation ω et de longueur d'onde λ dans le milieu constituant le cœur.

❏ **1 —** Les différents angles utiles sont représentés sur la figure 1. À quelle condition sur i, angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ? On note i_ℓ l'angle d'incidence limite.

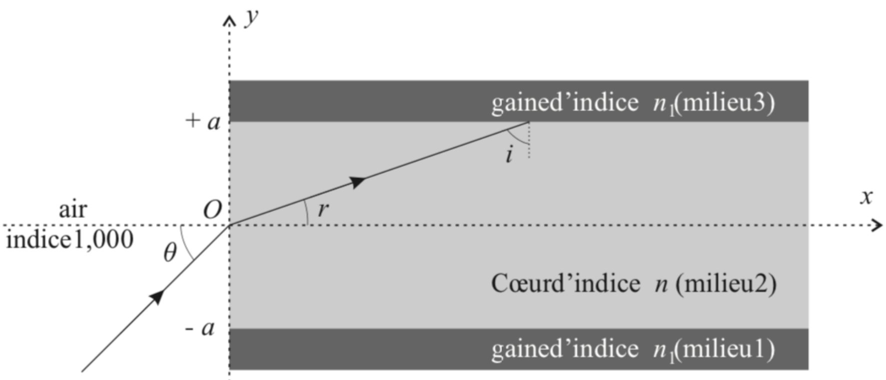


FIG. 1 – Fibre optique en coupe

❏ **2 —** Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle limite θ_ℓ dont on exprimera le sinus en fonction de n et i_ℓ. En déduire l'expression de l'ouverture numérique $ON = \sin\theta_\ell$ de la fibre en fonction de n et n_1 uniquement.

❏ **3 —** Donner la valeur numérique de ON pour $n = 1,50$ et $n_1 = 1,47$.

On considère une fibre optique de longueur L. Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_ℓ. On note c la vitesse de la lumière dans le vide.

❏ **4 —** Pour quelle valeur de l'angle θ, le temps de parcours de la lumière dans la fibre est-il minimal ? maximal ? Exprimer alors l'intervalle de temps δt entre le temps de parcours minimal et maximal en fonction de L, c, n et n_1.

❏ **5 —** On pose $2\Delta = 1-(n_1/n)^2$. On admet que pour les fibres optiques $\Delta \ll 1$. Donner dans ce cas l'expression approchée de δt en fonction de L, c, n et Δ. On conservera cette expression de δt pour la suite du problème.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse d'une durée caractéristique $t_0 = t_2 - t_1$ formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_ℓ. La figure 2 ci-contre représente l'allure de l'amplitude A du signal lumineux en fonction du temps t.

❏ **6 —** Reproduire la figure 2 en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre. Quelle est la durée caractéristique t'_0 de l'impulsion lumineuse en sortie de fibre ?

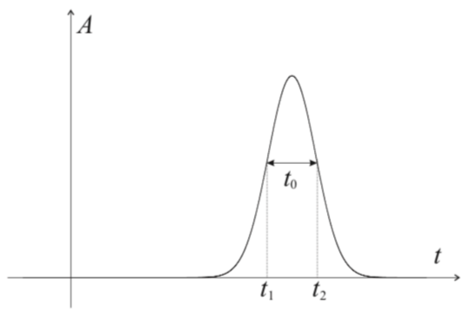


FIG. 2 – Impulsion lumineuse

Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées « bits ») périodiquement avec une fréquence d'émission F.

❏ **7 —** En supposant t_0 négligeable devant δt, quelle condition portant sur la fréquence d'émission F exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

Pour une fréquence F donnée, on définit la longueur maximale $L_{\max}$ de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. On appelle bande passante de la fibre le produit $B = L_{\max} \cdot F$.

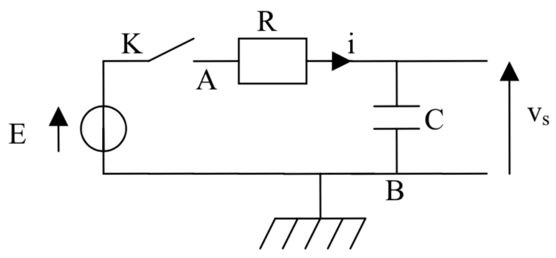
❏ **8 —** Exprimer la bande passante B en fonction de c, n et Δ.

❏ **9 —** Calculer la valeur numérique de Δ et de la bande passante B (exprimée en MHz·km) avec les valeurs de n et n_1 données dans la question 3. Pour un débit d'information de $F = 100$ Mbits.s^{-1} = 100 MHz, quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ? Commenter la valeur de $L_{\max}$ obtenue.

Problème 2 : Charge d'un condensateur à travers une résistance

Un dipôle comporte entre deux bornes *A* et *B* une résistance *R* et un condensateur de capacité *C* placés en série.
On place aux bornes *A* et *B* du dipôle un générateur de tension idéal de force électromotrice constante *E* et un interrupteur *K*.
Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit v_s la tension aux bornes du condensateur.

A l'instant *t = 0*, on ferme l'interrupteur *K*.



1/ Quel est le comportement du condensateur au bout d'un temps très long (infini) après la fermeture de l'interrupteur ? En déduire les valeurs correspondantes de v_s et de l'intensité *i* dans le circuit au bout d'un temps très long.

2/ On pose $\tau = RC$.
On se place à $t \geq 0$.

Quelle est l'unité de τ dans le système international ? Démontrer le résultat.
Quel est le nom donné à cette constante ?

3.1/ Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit $v_s(t)$.

3.2/ Etablir l'expression de la tension $v_s(t)$ au cours du temps (pour $t \geq 0$). Trouver à partir de cette expression la valeur de $v_s(t)$ pour un temps très long. Vérifier que cette valeur correspond au comportement du condensateur prévu dans la question 1.

3.3/ Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction $v_s(t)$ en précisant son asymptote.
Calculer la valeur de la pente de la courbe à $t = 0$.
Tracer la tangente à l'origine et calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.

3.4/ Déterminer, en fonction de τ, l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge finale.

4/ Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant qui circule dans le circuit pour $t \geq 0$. (L'orientation de $i(t)$ est précisée sur le schéma).

5.1 / Exprimer l'énergie E_c emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de C et de E.

5.2/ Déterminer, à partir des résultats de la partie précédente, l'expression de l'énergie E_j dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la charge. On exprimera E_j en fonction de C et de E.

5.3/ Montrer, à partir des résultats de la partie précédente, que l'énergie E_g fournie par le générateur au cours de la charge est égale à $E_g = CE^2$.
Vérifier la conservation de l'énergie au cours de la charge du condensateur.

5.4/ Définir et calculer le rendement énergétique ρ de la charge du condensateur par le générateur à travers une résistance non inductive.