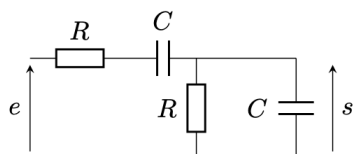


Filtrage électrique et mécanique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème 1 : filtre de Wien (d'après oral CCP)(source <https://etienne-thibierge.fr/>)

On s'intéresse au filtre de Wien représenté ci-contre. Ce type de filtre est notamment utilisé dans des oscillateurs auto-entretenus assez simples à réaliser : vous y reviendrez dans le cours d'électronique de PT.

1 - Par analyse des comportements asymptotiques, déterminer le type de filtre dont il s'agit.

2 - Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

3 - On pose $\omega_0 = 1/RC$ et $x = \omega/\omega_0$. Écrire la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)},$$

en précisant ce que valent H_0 et Q .

4 - Calculer simplement le gain maximal du filtre, exprimer sa valeur de dB, et calculer le déphasage correspondant.

5 - Représenter le diagramme de Bode asymptotique du filtre et en déduire qualitativement le tracé réel.

6 - Calculer la pulsation propre ω_0 pour $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 500 \text{ nF}$. Donner le signal de sortie du filtre si le signal d'entrée est

$$e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10 \omega t) + E_0 \cos(100 \omega t)$$

avec $E_0 = 10 \text{ V}$ et $\omega = 200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Problème 2 : conception d'un filtre de signaux acoustiques(source <https://etienne-thibierge.fr/>)

Un dispositif de traitement de signaux acoustiques nécessite la séparation de composantes sonores et ultrasonores. On souhaite éliminer les composantes ultrasonores : il faut donc réaliser un filtre passe-bas. Le cahier des charges du dispositif indique les caractéristiques suivantes.

- ▷ Fréquence de coupure 20 kHz ;
- ▷ Gain nominal 0 dB ;
- ▷ L'atténuation des fréquences comprises entre 0 et 20 kHz doit être inférieure à 3 dB ;
- ▷ L'atténuation des fréquences supérieures à 40 kHz doit être supérieure à 10 dB .

1 - Tracer le gabarit de ce filtre.

2 - Le filtre le plus simple serait un passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure $f_c = 20 \text{ kHz}$. On rappelle que la fonction de transfert d'un tel filtre s'écrit sous forme réduite

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1 + jx} \quad \text{avec} \quad x = \frac{f}{f_c}$$

2.a - Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre et calculer son gain à la fréquence de coupure.

2.b - Montrer qu'il ne peut satisfaire au cahier des charges imposé. Justifier qu'il est nécessaire d'utiliser un filtre d'ordre plus élevé.

3 - On se tourne alors vers un filtre passe-bas du second ordre de fonction de transfert

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

3.a - Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre. Peut-il satisfaire au cahier des charges imposé ?

3.b - Calculer le gain en décibel de ce filtre pour $f = f_c$. En déduire les valeurs de Q permettant de satisfaire au cahier des charges.

Problème 3 : étude de la suspension d'un véhicule (d'après Centrale-Supelec)

Dans le cadre d'un modèle simplifié de suspension, on assimile le véhicule à un point matériel M (de masse m) posé sur un ressort dont l'autre extrémité S peut se déplacer le long d'une route horizontale ou d'une route ondulée. Le ressort a une constante de raideur k et une longueur ℓ_0 au repos.

On repère les positions de M et S par leurs abscisses x et x_1 sur un axe vertical Ox tel que $x_1 = 0$ lorsque S se déplace sur la route horizontale (Fig. 5).

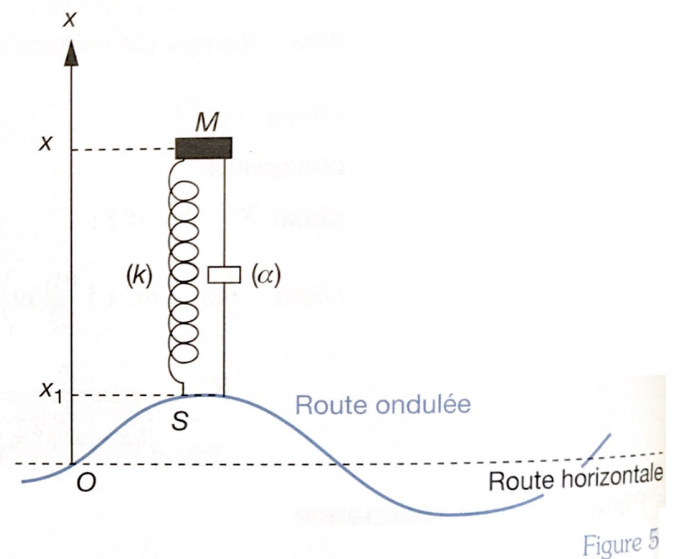
En outre le point matériel est soumis à l'action d'un amortisseur fluide, de coefficient d'amortissement α , disposé entre les points M et S , S étant le point bas du dispositif d'amortissement. Le point matériel subit de la part de l'amortisseur une force de frottement du type :

$$\vec{f}_d = -\alpha(v - v_1)\vec{u}_x,$$

en notant $v = \dot{x}$ et $v_1 = \dot{x}_1$ les vitesses respectives

de M et S lors de leurs déplacements verticaux (vecteur unitaire $\vec{u}_x$ de l'axe Ox).

Le coefficient α peut être réglé par la variation du débit d'huile à travers un trou percé dans le piston mobile de l'amortisseur.



1. Lorsque le véhicule se déplace sur la route horizontale ($x_1 = 0$), l'abscisse de M est constante, de valeur x_e , en régime dit stabilisé.

– Déterminer x_e en fonction de m , g , k et ℓ_0 .

2. Le véhicule se déplace à présent sur la route ondulée. On pose : $X(t) = x(t) - x_e$.

– Montrer que $X(t)$ vérifie une équation différentielle, de la forme : $m\ddot{X} + \alpha\dot{X} + kX = F(t)$, $F(t)$ étant une fonction de $x_1(t)$, de $\dot{x}_1(t)$ et des constantes α et k que l'on précisera.

– Commenter la signification de $F(t)$.

3. Le profil de la route est tel que $F(t)$ est une fonction sinusoïdale d'amplitude F_m et de pulsation ω .

a) Calculer l'amplitude v_m de la vitesse d'oscillation verticale du véhicule en régime sinusoïdal forcé.

~~b) Déterminer la puissance moyenne $\mathcal{P}$ de $F(t)$, ainsi que son travail W pendant une période d'oscillation $(T = \frac{2\pi}{\omega})$.~~

c) En notation complexe, on pose $\underline{H} = \frac{\underline{X}}{\underline{x_1}}$. On note $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $q = \frac{\alpha}{2\sqrt{mk}}$ et $p = \frac{\omega}{\omega_0}$.

– Exprimer $\underline{H}$ en fonction de p et q .

– Représenter l'allure du graphe de $|\underline{H}|$ en fonction de p , pour $q = 0,2$. Quelle est la signification physique de $|\underline{H}|$?

d) Commenter qualitativement la situation particulière où le ressort du système est très raide.