

Thermodynamique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

PROBLEME : MOTEUR THERMIQUE

Ce problème aborde différents aspects de l'étude d'un moteur thermique.

On suppose, pour simplifier, que le moteur est constitué d'un cylindre unique de volume égal à un litre.

Les contraintes de fabrication et d'utilisation imposent de ne pas dépasser une pression de 50 bars dans le cylindre. On rappelle que $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

Dans tout le problème les gaz, quels qu'ils soient, sont assimilés à des gaz parfaits de rapport $\gamma = 1,4$. Le piston est couplé à un système mécanique de sorte que les transformations seront considérées comme **mécaniquement réversibles**.

La constante molaire des gaz parfaits vaut : $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$.

I. Moteur de Carnot

L'air enfermé dans un cylindre subit la suite de transformations réversibles suivantes :

- $A \rightarrow B$: isotherme
- $B \rightarrow C$: adiabatique
- $C \rightarrow D$: isotherme
- $D \rightarrow A$: adiabatique.

Les coordonnées de l'état A sont : $P_A = 1 \text{ bar}$, $V_A = 1 \text{ L}$, $T_A = 300 \text{ K}$.

Dans l'état B, $V_B = V_A/8$ et, dans l'état C, $P_C = 50 \text{ bars}$.

I.1 Représenter, sur la copie, l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron

- I.2**
- a. Déterminer et calculer la valeur de la pression en B
 - b. Déterminer et calculer la valeur de la température en C.
 - c. Etablir la relation $P_A \cdot P_C = P_B \cdot P_D$.
 - d. Calculer la valeur de la pression en D.

I.3 Calculer le travail fourni par le gaz au système mécanique sur un cycle.

I.4 Calculer la chaleur fournie par la source chaude au gaz sur un cycle.

- I.5**
- a. Calculer le rendement.
 - b. Retrouver ce résultat après avoir rappelé l'expression du rendement d'un moteur cyclique de Carnot (moteur cyclique ditherme réversible).

I.6 Calculer la puissance du moteur, sachant que le fluide effectue 5000 cycles par minute.
Exprimer cette puissance en chevaux-vapeur ($1 \text{ Ch} = 735 \text{ W}$).

I.7 Que pensez vous des performances de ce moteur de Carnot ?

II . Moteur à explosion.

Au point A le cylindre contient maintenant un **mélange** supposé homogène gazeux d'air et de $n' = 2 \cdot 10^{-4}$ mol d'essence .

On a toujours , en A : $P_A = 1 \text{ bar}$, $V_A = 1 \text{ L}$, $T_A = 300 \text{ K}$; en B , $V_B = V_A/8$.

Le mélange gazeux subit la suite de transformations suivantes :

- $A \rightarrow B$: compression adiabatique réversible ;
- $B \rightarrow C$: combustion isochore de toute l'essence ; cette évolution est également adiabatique pour l'ensemble du système réactif ;
- $C \rightarrow D$: détente adiabatique réversible ; on donne $V_D = V_A$;
- $D \rightarrow A'$: refroidissement isochore ; on donne $T_{A'} = T_A$.

Dans toute l'étude de ce modèle de moteur à explosion, on suppose constant le nombre total de moles gazeuses .

- II.1 a. Déterminer la pression du mélange dans l'état B .
b. Déterminer la température du mélange dans l'état B .

- II.2 Le "pouvoir calorifique" de l'essence est $\Pi' = 5910 \text{ kJ.mol}^{-1}$.
a. Calculer la température en fin de combustion au point C .
b. Calculer la pression P_C .
c. Respecte-t-on les contraintes mentionnées en introduction ?

Dans la réalité, la combustion n'est pas instantanée, d'où une valeur moins élevée de la pression maximale.

Dans la suite de l'étude de notre modèle, on supposera la combustion $B \rightarrow C$ isochore , et on prendra $T_C = 2100 \text{ K}$.

- II.3 Calculer la température en D

- II.4 a. Calculer le travail fourni par le gaz au système mécanique sur un "cycle" .
b. Calculer la chaleur algébrique Q_{DA} fournie sur un "cycle" par la source froide.

- II.5 a. Sur un aller-retour du piston, calculer la variation d'énergie interne ΔU du mélange gazeux .
b. A-t-on $\Delta U = 0$? Pourquoi ?

- II.6 a. Comment définir le rendement ?
b. Le calculer.

II.7 Le piston effectue $N = 5000$ aller-retours par minute, mais la moitié de ces aller-retours correspond aux phases de remplissage en gaz frais et de refoulement des gaz d'échappement (sans explosion!); ces phases de remplissage et de refoulement, supposées isobares à la pression P_A , se compensent.

Quelle est la puissance du moteur, exprimée en chevaux-vapeur ? ($1 \text{ Ch} = 735 \text{ W}$)

III . Bilan entropique

III.1 On considère maintenant un fluide décrivant un **cycle ditherme moteur** (la source chaude est de température T_2 , et la source froide de température T_1).

- Exprimer la création d'entropie $S_{\text{créée}}$ au sein du fluide, **sur un cycle**, en fonction notamment des chaleurs reçues par le fluide, en provenance des deux sources.
- En déduire l'expression du rendement en fonction de T_1 , T_2 , Q_2 (chaleur fournie au fluide par la source chaude) et de la création d'entropie $S_{\text{créée}}$.
- Quels enseignements peut-on en déduire, quant à l'optimisation du rendement du moteur ditherme, à valeurs données de T_2 et Q_2 ?

III.2 On suppose que le refroidissement isochore DA évoqué dans la partie II est effectué au contact thermique d'une source froide de température T_1 égale à T_A .

- Exprimer et calculer la création d'entropie $S_{\text{créée}}$ au sein des n moles de gaz parfait.
- Commenter le résultat: quelle est la cause d'irréversibilité?

III.3 Indiquer, sans calcul, s'il y a création d'entropie au sein du gaz lors de l'évolution BC du cycle évoqué dans la partie II et, dans l'affirmative, quel type d'irréversibilité peut en être la cause.

EXERCICE : PARTICULE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE

L'espace est rapporté au trièdre direct $Oxyz$. Soit un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ dont les composantes sont : $B_x = 0$, $B_y = 0$, $B_z = 10^{-3} \text{ T}$.

Un électron de charge $q = -e$ pénètre dans le champ avec une vitesse initiale représentée par le vecteur $\vec{v}_0$ de composantes :

$$v_{Ox} = 2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_{Oy} = 2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_{Oz} = 0,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

1° Calculez la valeur v_0 de la vitesse initiale.

2° Déterminez l'angle α que fait le vecteur $\vec{v}_0$ avec le plan xOy .

3° Déterminez la nature du mouvement de l'électron en projection dans le plan xOy .

Calculez le rayon R de la trajectoire et la période T de révolution. On prendra $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

4° Déterminez la nature du mouvement de l'électron en projection sur l'axe Oz .

5° Calculez le pas h de l'hélice décrite par l'électron autour de l'axe Oz (h = longueur de la progression suivant Oz à chaque tour).