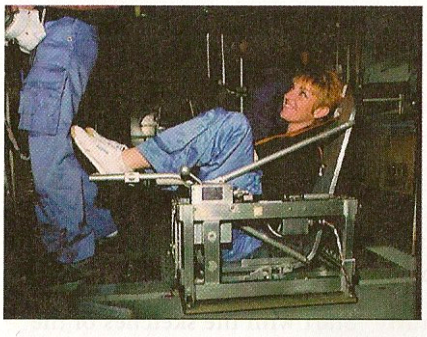
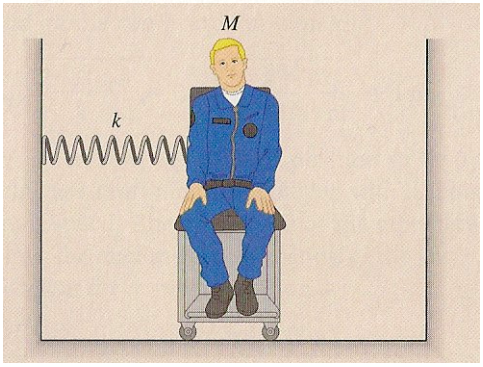
Oscillations, ondes et incertitudes

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Exercice 1 : Oscillation : la masse d'un astronaute





Les astronautes qui restent un temps significatif dans l'espace perdent une masse importante car leurs muscles, sous utilisés, commencent à s'atrophier. Comme les balances usuelles ne peuvent fonctionner en orbite (la balance et les astronautes sont en chute libre), la NASA a développée le « Body Mass Measurement Device » ou BMMD pour suivre l'évolution de la masse des astronautes en orbite. Le BMMD est constitué d'une chaise, sur laquelle s'assoit l'astronaute, et d'un ressort. Quand la chaise est écartée de sa position d'équilibre, elle va osciller à une fréquence qui dépend de la masse de la chaise plus de celle de l'astronaute.
La chaise a une masse de 32 kg et une période de 1,2 s quand elle est vide. Quand l'astronaute est assis sur la chaise, la période change et vaut 2,1 s.

1) Déterminer la constante de raideur du ressort de la chaise.

2) Déterminer la masse de l'astronaute.

3) Déterminer la vitesse maximale de l'astronaute si les amplitudes des oscillations valent 0,10 m en utilisant un raisonnement énergétique.

4) Déterminer l'évolution du déplacement horizontal $x(t)$ du système chaise-astronaute. L'origine est prise à la position d'équilibre du système ressort-chaise et on suppose qu'à l'instant initial l'astronaute est lâché sans vitesse initiale. Tracer l'allure de $x(t)$ en indiquant les grandeurs caractéristiques.

5) En déduire $v(t)$ et tracer son allure, sur le même graphe que $x(t)$. Retrouver le résultat de la question 3).

Exercice 2 : Onde stationnaire (Extrait banque PT 1999)

Une corde est fixée de façon rigide en $x = 0$ et en $x = \ell$.
On cherche les solutions de l'élongation de la corde (l'onde) sous la forme $y(x,t) = f(x)g(t)$ où y représente le déplacement vertical de la corde par rapport à sa position d'équilibre. On admet que les fonctions $f(x)$ et $g(t)$ sont sinusoïdales et on pose : $f(x) = a\sin(kx)$ et $g(t) = \sin(\omega t)$.

1) Nommer et expliquer brièvement les caractéristiques principales de ce type d'onde.

2) Que peut-on dire de l'élongation aux points $x = 0$ et $x = \ell$ à chaque instant ?
En déduire les valeurs $f(0)$ et $f(\ell)$.

3) Montrer que $\lambda = 2\pi/k$ ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes λ_n que l'on exprimera en fonction de ℓ et n. Comment appelle-t-on λ et que représente cette grandeur physique ?

4) En déduire que ω ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes ω_n, avec n entier positif. Exprimer ω_n en fonction de ℓ, n et v la vitesse de la perturbation.

5) A chaque valeur de ω_n correspond un mode propre. Le mode $n=1$ est appelé *mode fondamental*. Les modes correspondant à n supérieur à 1 sont *les harmoniques*.
Exprimer l'élongation $y_n(x,t)$ du mode d'indice n et donner une représentation graphique de la corde en mouvement (à un instant donné) pour les trois premiers harmoniques.

6) Calculs sur les cordes d'une guitare électrique.

Une guitare électrique comporte six cordes en acier. Le tableau ci-dessous fournit pour chaque corde, la valeur de sa fréquence fondamentale et son diamètre d.

Corde n°	1	2	3	4	5	6
f_1 = Fréquence fondamentale (Hz)	82.5	110	147	196	247	330
Diamètre (mm)	1.12	0,89	0.70	0.55	0.35	0.25

Toutes les cordes ont une longueur $\ell = 0{,}63$ m et une masse volumique $\rho = 7800$ kg.m^{-3}.

A l'aide d'une équation aux dimensions, déterminer T, la tension de la corde en fonction de μ la masse linéique de la corde et de v puis en fonction de ρ, π, d, ℓ et $f = \omega/2\pi$.
Calculer numériquement les tensions nécessaires pour que la guitare soit accordée.

7) Quelle variation relative peut être tolérée sur la tension d'une corde pour que sa fréquence fondamentale ne varie pas de plus de 1 % en valeur relative ? Application numérique.

!) L'instrumentiste veut produire un son de fréquence fondamentale de 500 Hz puis 1 kHz avec la corde 6 accordée. Où doit-il placer son doigt dans les deux cas ?

Partie Bonus : Cette partie est délicate d'un point de vue mathématiques. A n'aborder que si vous n'avez plus d'autres choses à traiter dans le DS ou si vous vous en sentez capable.

On se place toujours dans le cas des ondes stationnaires et on considère, sauf mention contraire, le mode propre n.

9) Donner l'expression de l'énergie cinétique infinitésimale (très petite quantité) dE_c de l'élément de corde compris entre les abscisses x et $x+dx$. En déduire l'énergie cinétique de la corde entre $x=0$ et $x=\ell$ sous forme d'une intégrale (une somme infinie).

10) Le modèle de la corde vibrante néglige la pesanteur. L'énergie potentielle de pesanteur est donc prise nulle. Par contre la corde possède une énergie potentielle élastique liée à sa déformation.
On admettra que l'énergie dE_p entre x et $x+dx$ est de la forme :

$$dE_p = \frac{1}{2}\alpha\left[\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right]^2 dx,$$

où α est une constante. Montrer que α est homogène à une force : la tension de la corde. En déduire l'énergie potentielle totale de la corde.

11) En utilisant la conservation de l'énergie, exprimer α en fonction de v et de la masse linéique μ de la corde. Quel résultat retrouve t'on ?

12) En déduire l'énergie mécanique totale $E_m \equiv E_c + E_p$ de la corde. Comment dépend-elle du mode considéré ?

Exercice 3 : Interférence d'ondes acoustiques

Deux compresseurs C_1 et C_2 sont utilisés sur un chantier en plein air. Ils sont disposés à une distance $2u = 10$ m l'un de l'autre. Ces deux compresseurs produisent un bruit composé de signaux sonores très brefs émis en même temps (émission en phase). La fréquence de ces signaux est $f = 20$ Hz. La célérité du son dans l'air ambiant est $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Un observateur M se situe sur une droite Δ parallèle à (C_1C_2); Δ est à une distance $D = 100$ m de (C_1C_2).

1) Montrez qu'il existe une position M_0 de M, située juste en face de C_1 et C_2, où l'observateur entend des signaux sonores très renforcés. Justifiez la réponse.

Faire un schéma clair de la situation.

2) L'observateur M se déplace sur Δ de gauche à droite.

a) Montrez qu'il peut exister une position M_1 de M, située à proximité de M_0, où l'observateur entend des signaux sonores très affaiblis.

b) On désigne par θ la mesure de l'angle $\widehat{C_1'C_1M_1}$, C_1' étant la projection orthogonale de C_1 sur Δ.

Recherchez une relation approchée qui relie θ, c, f et u.

3) On pose $M_0M_1 = x$.

a) Exprimez x en fonction de u, c et f.

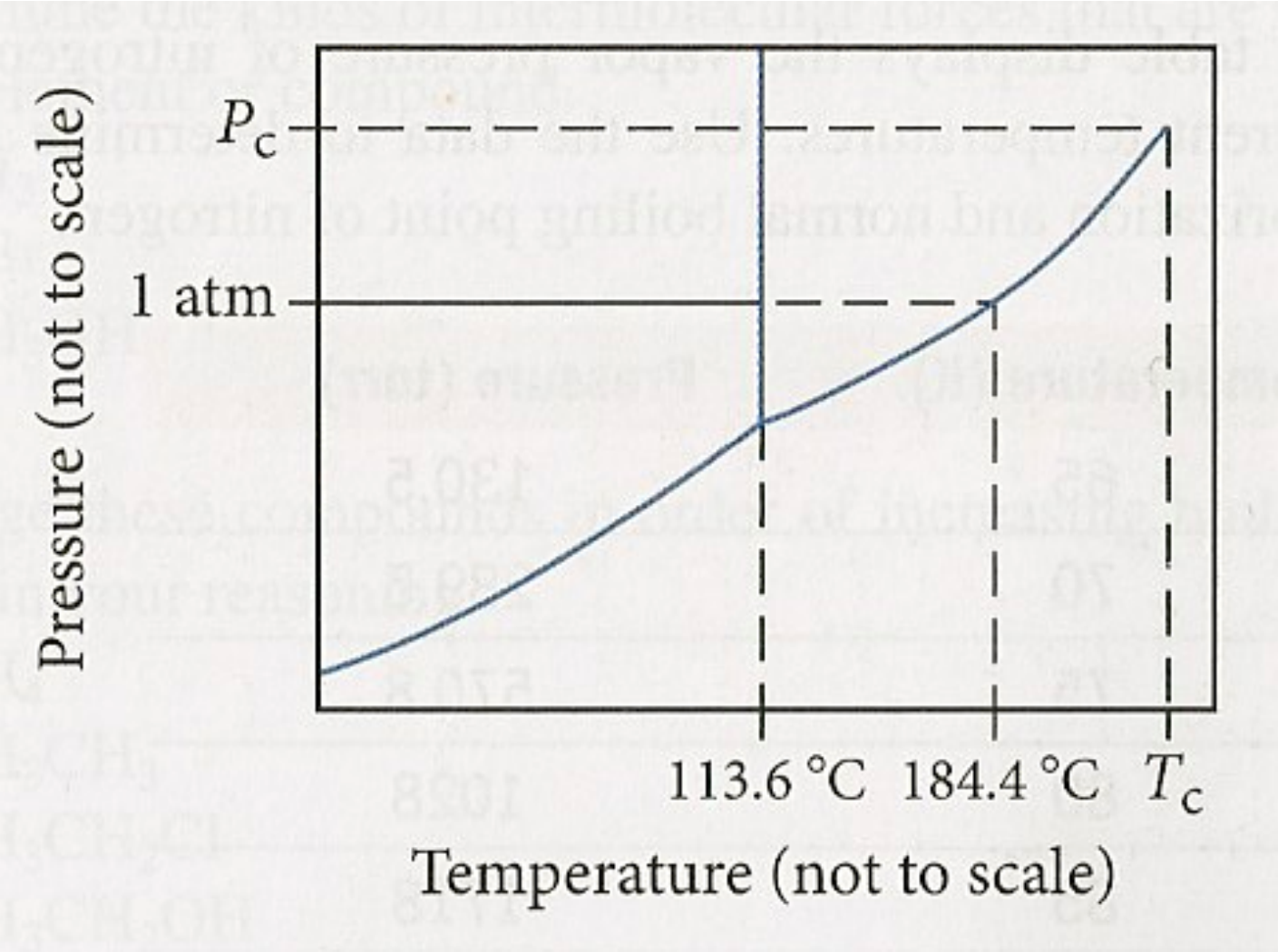
Pour cela, on considérera le triangle rectangle $(C_1'C_1M_1)$ et l'on posera $A = \dfrac{c}{4fu}$.

b) Calculez la valeur de x.

4) Montrez qu'il existe une autre position M_2 de l'observateur, située à gauche de M_0 sur la droite Δ, où celui-ci entend des signaux sonores très affaiblis.

Exercice 4 : Diagramme d'état

On considère le diagramme de phase du diode $\left(I_2\right)$ suivant.



a) Quelle est la température d'ébullition du diode à pression ambiante (1,0 atm) ?

b) Quelle est la température de fusion du diode à pression ambiante ?

c) Quel état est présent à pression et à température ambiantes ?

d) Quel état est présent à 186°C et à 1,0 atm ?