Mécanique du point et solutions aqueuses

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Influence de la température sur le produit ionique de l'eau.

On admet que le produit ionique de l'eau varie en fonction de la température T selon la loi $\frac{d\left(\ln K_e\right)}{dT}=\frac{\alpha}{T^2}$.

Données : $\alpha = 6894$ en SI et à $T_0 = 298$ K , le produit ionique de l'eau prend la valeur $K_0 = 10^{-14}$.

1) Quelle est la dimension de la constante α ?

2) Par une intégration, exprimer $\log\left(K_e\right)$ en fonction de T . On donnera une expression littérale.

3) En déduire l'évolution du pH de l'eau pure en fonction de la température T .

4) Calculer le pH de l'eau pure à 0°C, 25°C, 50°C et 75°C .

Dorénavant toutes les solutions considérées sont à la température de 25°C.

I Neutralisation d'un acide fort

5) On considère une solution aqueuse S_1 d'hydroxyde de sodium de concentration $C_1 = 12$ mol.L^{-1}. Quelle masse d'hydroxyde de sodium solide doit-on peser pour préparer 1 litre de solution S_1 ?

6) Pour préparer une solution aqueuse S_2 d'acide chlorhydrique de concentration $C_2 = 0{,}02$ mol.L^{-1}, on utilise une solution commerciale S_3 de densité $d = 1{,}19$ et de fraction massique $w = 0{,}37$ en chlorure d'hydrogène.

Rappel : Fraction massique de $A = \frac{\text{masse } A}{\text{masse totale}}$.

- Déterminer la concentration C_3 de la solution S_3 .
- Calculer le volume de la solution commerciale S_3 que l'on doit prélever pour préparer 1 litre de solution S_2 .

7) On ajoute 6 gouttes de la solution S_1 à 1 litre de la solution S_2 .
- Sachant que le compte-goutte délivre 1 cm^3 en 20 gouttes, que vaut le pH de la solution après cet ajout ?
- Combien doit-on verser de gouttes de S_1 pour obtenir une solution neutre ? Commenter.

Données : $M\left(H\right) = 1$ g.mol^{-1} $M\left(O\right) = 16$ g.mol^{-1} $M\left(Cl\right) = 35{,}5$ g.mol^{-1} $M\left(Na\right) = 23$ g.mol^{-1}

II Dilution d'un acide faible

On considère une solution S_a d'acide éthanoïque de concentration C. Soit K_a la constante d'acidité du couple CH_3COOH / CH_3COO^- .

Pour les applications numériques : $pK_a = 4{,}8$.

8) Dans le cas où la réaction de CH_3COOH sur l'eau est prépondérante mais cependant l'acide reste faible, démontrer la relation approchée donnant le pH de la solution S_a :

$$pH = \frac{1}{2}\left(pK_a - \log C\right).$$

9) Faire l'application numérique pour une solution décimolaire d'acide éthanoïque et contrôler la validité des hypothèses.

10) Vers quelle valeur le pH tend-il lorsqu'on ajoute de plus en plus d'eau pure à un volume fixé d'une solution quelconque ?

11) Exprimer en fonction de K_a la limite vers laquelle tend le taux de réaction α de CH_3COOH sur l'eau lorsqu'on dilue de plus en plus la solution S_a avec de l'eau pure. Faire l'application numérique.

Rappel : Taux de réaction ou coefficient de dissociation $\alpha = \dfrac{n_{réactif}\ \text{consommé}}{n_{réactif}\ \text{initial}}$.

12) La loi de dilution d'Ostwald s'énonce ainsi : *"Le taux de dissociation d'un électrolyte faible tend vers 1 lorsque la dilution tend vers l'infini."*
A quelle condition portant sur la valeur de K_a cette loi s'applique-t-elle au cas d'un acide faible ?

Problème 2: Solubilité de l'éthanoate d'argent

L'éthanoate d'argent $AgCH_3COO_{(s)}$ est le seul composé ionique susceptible de précipiter. L'ion éthanoate est une base faible. On dissout des cristaux d'éthanoate d'argent dans l'eau jusqu'à saturation.

1) Ecrire les équations **des deux équilibres chimiques** auxquels participent les ions éthanoate.

2) En raisonnant sur des déplacements d'équilibre, montrer que la solubilité de l'éthanoate d'argent croît lorsqu'on acidifie la solution avec de l'acide nitrique.
Ecrire les **deux relations** liant la solubilité S de l'éthanoate d'argent aux concentrations $\left[Ag\right]$, $\left[CH_3COO^-\right]$ et $\left[CH_3COOH\right]$.

3) Notations : K_S pour le produit de solubilité de $AgCH_3COO_{(s)}$ et K_a pour la constante d'acidité du couple $CH_3COOH\,/\,CH_3COO^-$ **.**
Exprimer la solubilité S de l'éthanoate d'argent en fonction uniquement de $h \equiv \left[H_3O^+\right]$, K_S et K_a .

4) Des mesures ont donné les résultats suivants :

pH	5,00	4,52	4,30	4,15
S en mol.L^{-1}	0,0815	0,106	0,126	0,143

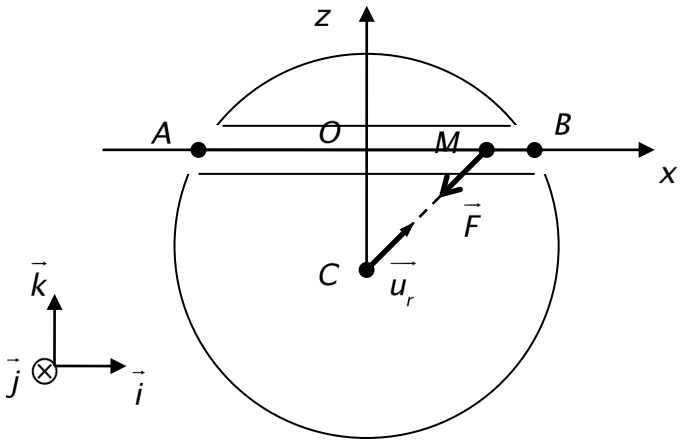
Vérifier graphiquement l'accord avec la relation $S(h)$ établie précédemment.

5) Déduire du graphe précédent les valeurs expérimentales de K_S et K_a, puis celles de pK_S et pK_a.

Problème 3: Voyage au centre de la Terre

La terre est un astre supposé sphérique, de centre C et de rayon R. Le référentiel $\Re_g(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié à la terre est supposé galiléen (la rotation de la terre n'est pas prise en compte) et le champ de pesanteur, uniforme à la surface de la terre, est noté g.

Pour relier deux villes A et B, un tunnel est foré au travers du globe terrestre. Un mobile assimilable à un point matériel M de masse m part sans vitesse initiale du point A et glisse dans le tunnel sans frottement, selon l'axe (Ox) pour rejoindre B. Sa position est repérée par l'abscisse (Ox).



L'interaction gravitationnelle exercée par la terre sur M est $\vec{F} = -mg\frac{r}{R}\vec{u_r}$ avec $CM = r(t)$. La distance CO du tunnel au centre de la terre est notée d.

1) Donner l'expression de la composante de $\vec{F}$ suivant (Ox) notée F_x. De même pour F_z.

2) Déterminer le travail de la force $\vec{F}$ lorsque le mobile M se déplace d'un point de coordonnée x_i à un point de coordonnée x_f.

3) En déduire l'expression de l'énergie potentielle de gravitation E_p associée au point M en choisissant l'origine de cette énergie en O.

4) Déterminer l'énergie mécanique du mobile en fonction de m, g, R et d. En déduire la vitesse maximale v_{max} du mobile.

5) Le point M possède-t-il une position d'équilibre stable ?

6) Déterminer la nature et l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de M en utilisant une approche énergétique. Retrouver l'expression de v_{max}.

7) Calculer numériquement le temps T nécessaire au mobile pour revenir en A.

Données : $R = 6400$ km et $g = 10$ m.s^{-2}.