Mécanique du point, électrocinétique, solution aqueuse

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Pile (Extrait ENSIM, MP, 2003)

Polarité d'une pile

A pH = $-\log[H^+] = 0$, à la température de 298 K et à la pression atmosphérique, les valeurs des potentiels de référence (potentiels standard) sont :

Couple	Fe^{3+}/Fe^{2+}	$Cr_2O_7^{2-}$ /Cr	Cr^{3+}/ Cr
E° (V)	0,77	0,31	– 0,71

On considère trois solutions aqueuses :

- une solution A contenant des ions Fe^{3+} et Fe^{2+} de concentrations égales et qui ont pour valeur 10^{-2} mol.L^{-1}
- une solution B contenant des ions Fe^{3+} de concentration égale à 10^{-2} mol.L^{-1} et des ions Fe^{2+} de concentration inconnue x.
- une solution C acidifiée contenant des ions $Cr_2O_7^{2-}$ et Cr^{3+} de concentrations égales chacune à 10^{-2} mol.L^{-1}, le pH de cette solution étant égal à zéro.

On prendra: $\frac{RT}{F}.\ln X = 0{,}06 \log X$; $R = 8{,}314$ J.mol^{-1}.K^{-1}

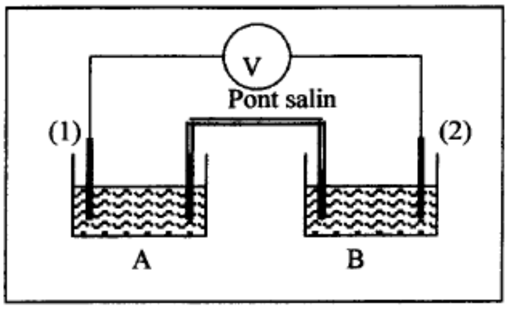
1/ On constitue à l'aide de la solution A et de la solution B la pile schématisée ci- dessous ; les électrodes sont en platine .On néglige toutes surtensions aux électrodes.

Initialement, lorsque la pile ne débite pas encore, la tension $|U_{12}|$ mesurée est égale à 18 mV.

Déterminer la valeur de x pour laquelle on peut avoir cette tension.

On précisera dans chaque cas :

- la polarité des électrodes ;
- la nature des réactions qui se produisent au niveau des électrodes ;
- l'équation de la demi-réaction.



2/ On remplace la solution B par la solution C et le voltmètre par une résistance R .

2.1 Quelle est la valeur de la tension $U_{12}=V_1 - V_2$ au bornes de la pile lorsque l'interrupteur K est ouvert ?

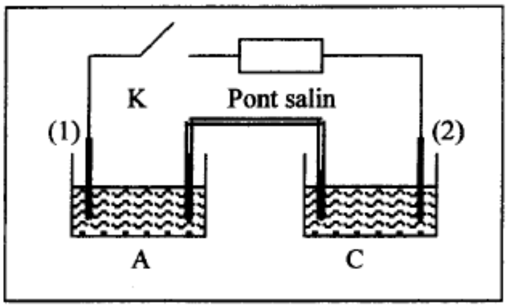
2.2 On ferme l'interrupteur K.

Ecrire les réactions d'oxydo-réduction qui se passent aux électrodes.

Donner l'équation-bilan des transformations chimiques.

2.3 Calculer la constante K° de cette réaction d'oxydo-réduction.

2.4 Déterminer la concentration des différentes espèces dans les solutions lorsque la pile est « usée » . On fera certaines hypothèses que l'on pourra préciser ; en particulier on néglige toutes surtensions aux électrodes.



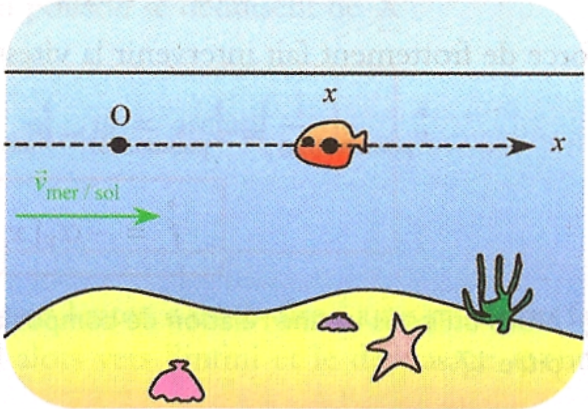
Problème 2: La dérive d'un poisson

Un petit poisson de masse m se laisse dériver entre deux eaux. Sa masse volumique est égale à celle de l'eau de mer, de sorte que la poussée d'Archimède compense le poids et que le mouvement du poisson se produit dans la direction horizontale.

On travaille dans le référentiel terrestre supposé galiléen, en notant Ox l'axe horizontal, x l'abscisse du poisson et O sa position initiale.

La mer est parcourue par des vagues que l'on modélisera de la façon suivante. L'eau qui environne le poisson est animée d'un mouvement d'ensemble de vecteur vitesse porté par un vecteur unitaire $\vec{u}_x$:

$$\vec{v}_{\mathrm{mer/sol}} = v_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x.$$



La mer exerce sur le poisson une force de frottement proportionnelle à la vitesse relative du poisson par rapport à l'eau. On note α_F le coefficient de frottement. Le poisson se laisse porter par le courant.

$$\vec{f} = -\alpha_F \vec{v}_{\mathrm{poisson/mer}}$$

Données : $m = 200$ g ; $v_0 = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $\alpha_F = 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N \cdot m^{-1} \cdot s}$.

1. Écrire les vecteurs position, vitesse et accélération du poisson dans le référentiel terrestre. En déduire l'expression de la force de frottement exercée par la mer sur le poisson.

2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par le poisson peut se mettre sous la forme suivante, dans laquelle on calculera les constantes λ et τ :

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} = \lambda \cos(\omega t).$$

3. Établir la solution de l'équation sans second membre en choisissant des constantes d'intégration homogènes à des longueurs.

4. On recherche à présent une solution particulière de l'équation complète. On propose une solution de la forme : $x = X\cos(\omega t + \varphi)$.

a) Établir l'expression de l'amplitude X et celle de la phase φ du mouvement du poisson en fonction de la pulsation ω des vagues et des constantes λ et τ.

b) Quel comportement du poisson peut-on prévoir si la période des vagues est très élevée ? Même question si cette période est très faible. L'amplitude $X(\omega)$ présente-t-elle un maximum ?

c) Calculer numériquement l'amplitude X et la phase φ des mouvements du poisson si la période des vagues est de 16 secondes.

5. Donner l'écriture numérique de la solution complète de l'équation différentielle, le poisson étant initialement immobile au point O. Tracer l'allure de cette solution en faisant apparaître sur ce graphe la période T des vagues, l'amplitude X des oscillations et l'abscisse du point autour duquel le poisson oscille.

Problème 3: Etude d'un filtre (Extrait du concours d'admission des grandes écoles d'ingénieurs 2008)

L'étude expérimentale d'un filtre *RC* série est réalisée grâce à un oscilloscope. L'exercice considère l'influence du « branchement » à l'appareil de mesure sur la pulsation de coupure, notée ω_c, une des caractéristique du filtre.

I. Étude théorique du filtre « R, C » série

Un groupement R, C série est alimenté avec une tension d'entrée $u_e(t) = U_{e,m} \cos \omega t$. La tension de sortie est notée $u_s(t) = U_{s,m} \cos (\omega t + \varphi)$ (figure 3).

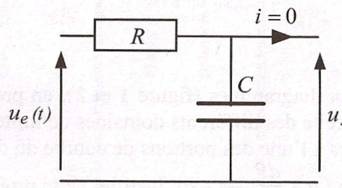


Figure 3

1) Étudier, sans calcul, la nature de ce filtre, en envisageant son comportement limite pour $\omega \to 0$ et $\omega \to +\infty$.
2) Déterminer, en fonction de R, C et ω, la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre définie par le rapport des tensions complexes $\underline{u}_s$ et $\underline{u}_e$: $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$.
3) En déduire :
   - **3.1** le gain G, défini par $G = \left|\underline{H}(j\omega)\right|$;
   - **3.2** la phase φ ;
   - **3.3** la pulsation de coupure ω_C, définie par $G(\omega_C) = \dfrac{G_{max}}{\sqrt{2}}$.
4) Donner l'allure des courbes représentatives des fonctions $G(\omega)$ et $\varphi(\omega)$.
5) *Application numérique* : $R = 10^4\ \Omega$ et $C = 10^{-8}$ F.
   Calculer ω_C.

II. Branchement à l'oscilloscope

La tension de sortie u_s précédente est « appliquée » à l'entrée d'un oscilloscope, par l'intermédiaire d'un câble coaxial supposé idéal. L'impédance d'entrée de l'oscilloscope est caractérisée par le groupement parallèle R_o, C_o. La tension d'entrée u_e est maintenue ($u_e(t) = U_{e,m} \cos \omega t$) et u'_s est la tension de sortie aux bornes du résistor R_o (figure 4).

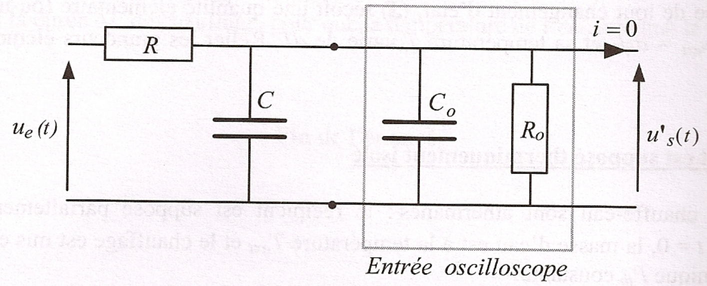


Figure 4

1) Montrer que la fonction de transfert $\underline{H}'(j\omega) = \dfrac{\underline{u}'_s}{\underline{u}_e}$ de ce nouveau filtre se met sous la forme :
   $\underline{H}'(j\omega) = \dfrac{A}{1 + jB\omega}$, avec A et B constantes. Exprimer A et B à l'aide des données de la figure **4**.
2) En déduire le nouveau gain G'.
3) Exprimer, en fonction de R, R_o, C et C_o, la pulsation de coupure ω'_C correspondante.
4) *Application numérique* : $R = 10^4\ \Omega$; $R_o = 5 \times 10^6\ \Omega$; $C = 10^{-8}$ F ; $C_o = 5 \times 10^{-11}$ F.
   Calculer ω'_C.
5) Comparer les pulsations ω_C et ω'_C. Conclure.