

Mécanique du solide, solution aqueuse

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Piles à combustible (CCP, TSI, 2011)

L'une des technologies permettant la production d'énergie, tout en limitant celle des gaz indésirables, est la pile à combustible. Nous étudierons ici une pile à combustible à membrane échangeuse d'ions H_3O^+ (noté aussi H^+_{aq}) dans laquelle le carburant utilisé est le dihydrogène.

B-1- Etude de la réaction dans une cellule

Une cellule de pile se compose de deux électrodes entre lesquelles est disposée une membrane électrolyte polymère. La température de fonctionnement est comprise entre 60 et 90 °C, afin que la membrane conserve ses capacités de rétention d'eau.

Les électrodes sont constituées de très petites particules de platine (2 à 3 nm) supportées par des poudres de carbone.

B-1-1 Modélisation simplifiée

Par soucis de simplification, nous symboliserons la pile par le schéma suivant :



- Ecrire le bilan des échanges électroniques se produisant :
 - à l'anode,
 - à la cathode.
- En déduire l'équation-bilan de la réaction de fonctionnement de la pile étudiée.
- Calculer la force électromotrice de cette pile si la température est maintenue à 333 K et les pressions en $\text{H}_{2(g)}$ et $\text{O}_{2(g)}$ à 1 bar (on prendra $RT \ln 10 / F = 0,066 \text{ V}$ à 333 K et on considèrera que les potentiels standard conservent les mêmes valeurs qu'à 298 K).
- Préciser le rôle de la membrane électrolyte polymère ; pourquoi est-il nécessaire qu'elle conserve ses capacités de rétention d'eau ?

B-2- Association des cellules en série

Lorsque la pile débite une densité de courant de $0,5 \text{ A/cm}^2$, la tension aux bornes d'une cellule est d'environ $0,7 \text{ V}$. (Ne vous inquiétez pas de l'écart à la valeur calculée à la question B-1-1)

B-2-1 Quel est le nombre minimal de cellules, d'une surface efficace de 250 cm^2 , à associer en série pour obtenir une puissance de 75 kW nécessaire au fonctionnement d'un moteur électrique ?

B-2-2 Cette association fonctionne pendant 1 h. Quelle masse de dihydrogène a été consommée ?

Solutions aqueuses ; données à 298 K :

- L'équilibre $\text{CO}_{2(g)} = \text{CO}_{2(aq)}$ a pour constante $K^\circ = 3,37 \cdot 10^{-2}$
- Constantes d'acidité K_a : $\text{CO}_{2(aq)} + \text{H}_2\text{O} / \text{HCO}_3^-$: $\text{p}K_{a1} = 6,4$; $\text{HCO}_3^- / \text{CO}_3^{2-}$: $\text{p}K_{a2} = 10,3$
- Produit ionique de l'eau K_e : $\text{p}K_e = 14$
- Produits de solubilité K_s : $\text{Ca}(\text{OH})_{2(s)}$: $\text{p}K_s = 5,2$;
- Potentiels standard à $\text{pH} = 0$: $E^\circ(\text{H}^+_{(aq)} / \text{H}_{2(g)}) = 0 \text{ V}$; $E^\circ(\text{O}_{2(g)} / \text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$

Constantes :

- Les gaz sont assimilés à des gaz parfaits ; constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- $RT \ln 10 / F = 0,060 \text{ V}$ à 298 K et $RT \ln 10 / F = 0,066 \text{ V}$ à 333 K
- $T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$
- $1 \text{ F} = 96\,500 \text{ C.mol}^{-1}$
- $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

Problème 2: Approche énergétique du pendule pesant

Un pendule pesant est constitué d'une tige homogène de masse m et longueur ℓ en pivot parfait autour de l'axe Ox . Sa position est repérée par l'angle θ (voir Fig. 8). Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe Ox est

$$J_{Ox} = \frac{1}{3} m \ell^2.$$

1. Évaluer l'énergie cinétique de la tige à un instant quelconque.
2. Faire de même avec son énergie potentielle de pesanteur.
3. Quelles sont les actions extérieures subies par la tige ? Calculer leur puissance.
4. En déduire les positions d'équilibre et leur stabilité.
5. Trouver une intégrale première du mouvement. En déduire l'équation du mouvement de la tige.
6. La résoudre dans le cadre des petites oscillations sachant qu'initialement la tige est dans la position verticale $\theta = 0$, avec une vitesse angulaire $\omega_0 > 0$. Donner une condition sur ω_0 pour être effectivement dans cette approximation.
7. On ne se place plus forcément dans le cadre des petites oscillations. En faisant une étude énergétique, montrer que suivant les valeurs de ω_0 deux types de mouvement sont possibles. Les décrire. Quelle valeur de ω_0 , notée ω_c , est à la limite des deux situations ?

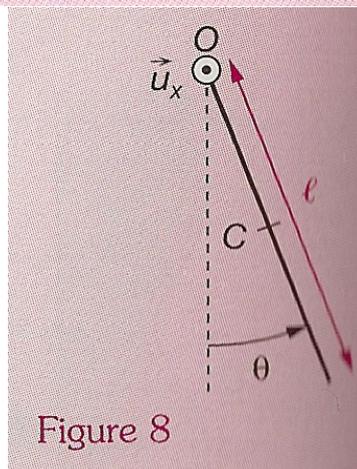


Figure 8

Problème 3: Entraînement par frottement

On considère le système de deux disques en rotation de la figure 21. Les deux disques (de moments d'inertie J_1 et J_2) sont en liaison pivot parfaite sur l'axe de rotation \vec{u}_z . Le second disque a une vitesse angulaire initiale ω_0 , alors que le premier est immobile. On translate lentement les disques le long de l'axe jusqu'à ce qu'ils rentrent en contact.

- a) En utilisant le théorème du moment cinétique scalaire, calculer les vitesses angulaires finales des deux disques. Comment l'intensité des frottements intervient-elle ?
- b) Faire un bilan d'énergie pour chaque disque séparément.
- c) Faire un bilan d'énergie pour le système total.
- d) Commenter les résultats.

