

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Thermodynamique (E3A, PSI, 2004)

Ce problème illustre le **fonctionnement d'un moteur automobile** et comporte quatre volets indépendants : analyse thermodynamique du moteur automobile (première partie), pétrochimie et carburants (seconde partie), étude de l'allumage commandé du moteur à essence (troisième partie) et contrôle des gaz d'échappement (quatrième partie).

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé aux candidat(e)s que :

- les explications des phénomènes étudiés interviennent dans la notation au même titre que les calculs.
- les résultats exprimés sans unité ne seront pas comptabilisés.
- dans tous les calculs, les gaz sont assimilés à des gaz parfaits (leurs pressions partielles sont notées en caractères italiques). Seront utilisés les indices suivants : (l) pour un liquide et (g) pour un gaz. On notera $\ln$, le logarithme népérien et $\log$, le logarithme décimal.
- les données numériques générales sont répertoriées à la fin de la seconde partie du problème.

Les moteurs sont classés en deux catégories suivant la technique d'inflammation du mélange {air-carburant} : les moteurs à allumage commandé (moteurs à essence) et les moteurs à allumage par compression (moteurs Diesel). Ce sont tous deux des moteurs à combustion interne car la combustion s'effectue à l'intérieur du moteur.

Dans le cas des moteurs à allumage commandé, un mélange convenable {air-essence} obtenu à l'aide d'un carburateur est admis dans la chambre de combustion du cylindre. L'allumage y est provoqué par une étincelle éclatant entre les deux électrodes d'une bougie.

PREMIERE PARTIE : ÉTUDE THERMODYNAMIQUE DU MOTEUR AUTOMOBILE

Le moteur comporte en général plusieurs cylindres. Dans chaque cylindre (*figure 1*), le piston entraîné par le vilebrequin permet de recevoir le travail mécanique des forces pressantes lors de la dilatation des gaz chauds produits par la combustion de l'essence. Il coulisse entre le **point mort haut** (PMH) où le volume V de la chambre de combustion est minimal $V = V_{\min}$ et le **point mort bas** (PMB) où le volume de la chambre de combustion est maximal $V = V_{\max}$. Le volume ainsi balayé est appelé la cylindrée, il est noté $C_V = V_{\max} - V_{\min} = 2000 \text{ cm}^3$. Le mélange détonant {air-essence} est introduit dans le cylindre par l'intermédiaire d'une valve : la soupape d'admission. Les gaz de combustion sont évacués par une autre valve : la soupape d'échappement. L'ouverture et la fermeture des valves sont commandées par l'arbre à cames et les culbuteurs.

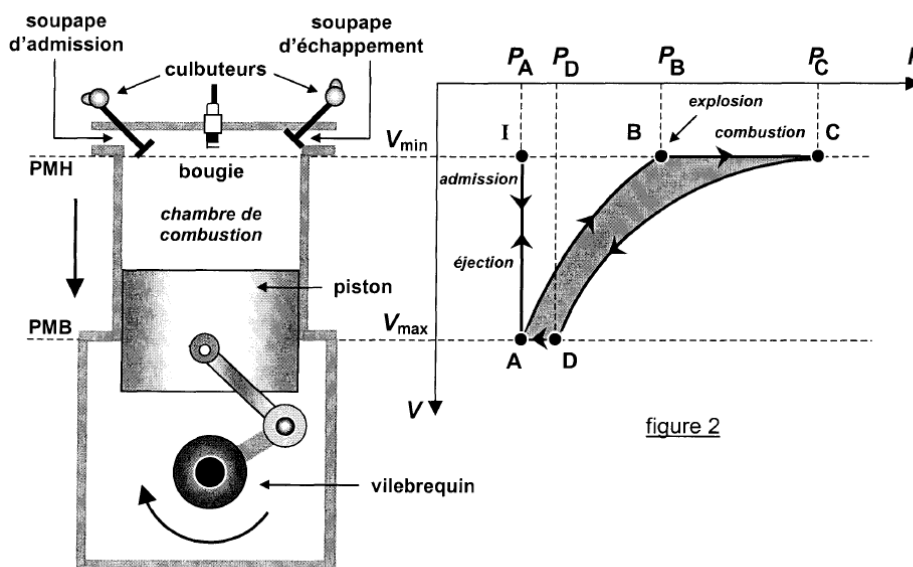


figure 1

figure 2

Le fonctionnement du moteur est **cyclique**. Il se décompose en **4 temps** successifs décrits comme suit :

1^{er} temps : l'admission. La soupape d'admission s'ouvre ; le piston descend et aspire le mélange gazeux {air-essence} venant du carburateur.

2^{ème} temps : la compression. Les soupapes d'admission et d'échappement sont fermées ; le piston, en remontant, comprime le mélange.

3^{ème} temps : la combustion et la détente. Les soupapes sont encore fermées ; une étincelle jaillissant de la bougie provoque la combustion du mélange. La pression augmente brutalement, le piston est repoussé : ce temps est moteur.

4^{ème} temps : l'échappement. Le piston remonte ; la soupape d'échappement s'ouvre. Les gaz brûlés sont éjectés.

A la fin du quatrième temps, le piston et les soupapes sont revenus dans leur position initiale.

Le fonctionnement du moteur est schématisé sur un diagramme de Watt (P, V) où P est la pression du gaz contenu dans le volume V de la chambre du cylindre (*figure 2*). Les étapes successives du cycle sont décrites comme suit :

- [I $\rightarrow$ A] : admission du mélange gazeux {air-essence} dans la chambre de combustion à la température ambiante $T_A = 300\text{ K}$ et sous la pression atmosphérique $P_A = 1\text{ bar}$,
- [A $\rightarrow$ B] : compression adiabatique et réversible du mélange {air-essence} (les frottements du piston sur le cylindre sont négligés),
- [B $\rightarrow$ C] : en B, l'étincelle provoque l'explosion du mélange suivie d'une compression isochore,
- [C $\rightarrow$ D] : en C, fin de la combustion suivie d'une détente adiabatique et réversible du gaz brûlé,
- [D $\rightarrow$ A] : l'ouverture de la soupape d'échappement ramène le gaz brûlé à la pression atmosphérique,
- [A $\rightarrow$ I] : la remontée du piston évacue le gaz brûlé vers l'extérieur.

Le système fermé constitué du fluide gazeux décrit indéfiniment le cycle **ABCD** appelé **cycle Beau de Rochas** (brevet d'invention déposé en 1862, première mise en application sur monocylindre en 1876 par Otto). Dans cette approche idéalisée, le mélange initial {air-essence} et les gaz brûlés d'échappement sont assimilés à un même gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = C_{pm} / C_{vm} = 1,35$ constant et le nombre n de moles de gaz admis dans le cylindre (à l'état A) est supposé inchangé par la combustion interne.

A1 / ÉTUDE DU CYCLE

A1*a. Justifier le caractère adiabatique de la compression [AB], de la détente [CD] et le caractère isochore de la combustion [BC] et du refroidissement [DA]. Pourquoi ne prend-on pas en compte les étapes [IA] et [AI] au cours desquelles le système constitué par le gaz contenu dans le cylindre est un système ouvert ?

A1*b. Q_{BC} est le transfert thermique mis en jeu dans l'étape [BC]. Exprimer Q_{BC} en fonction de R, n, γ, T_B et T_C . Dans quel sens le transfert thermique Q_{BC} s'effectue-t-il ?

A1*c. Q_{DA} est le transfert thermique mis en jeu dans l'étape [DA]. Exprimer Q_{DA} en fonction de R, n, γ, T_D et T_A . Dans quel sens le transfert thermique Q_{DA} s'effectue-t-il ?

A1*d. W est le travail échangé au cours du cycle ABCD. Exprimer W en fonction de Q_{BC} et Q_{DA} .

A2 / RENDEMENT THERMIQUE

A2*a. Définir puis exprimer le rendement thermique r_{th} en fonction de Q_{BC} et Q_{DA} , puis en fonction de T_A , T_B , T_C et T_D .

A2*b. Le rapport volumétrique a_v (encore appelé de manière impropre "taux de compression") est défini de la façon suivante : $a_v = V_{max} / V_{min}$. Exprimer le rendement thermique r_{th} en fonction de γ et a_v uniquement. Comment r_{th} varie-t-il en fonction de a_v ? Calculer sa valeur pour un rapport volumétrique $a_v = 9$ (cette valeur sera conservée dans la suite du problème).

Le rendement global r du moteur dépend du rendement thermique r_{th} mais aussi du rendement mécanique r_m caractérisant le transfert d'énergie du piston vers le vilebrequin. Le rendement mécanique n'excède pas 85 % et peut descendre en dessous de 60 % pour un moteur usagé.

A2*c. Calculer le rendement global r du moteur pour un rendement mécanique de 75 % et en déduire le volume d'essence produisant effectivement du travail sur 10 L d'essence consommés.

A3 / INFLUENCE DE LA COMBUSTION

La réaction qui a lieu au sein de la chambre est une réaction de combustion entre le carburant (dans le problème, l'octane C_8H_{18} sera choisi) et le comburant, l'air. Ceux-ci sont injectés dans des proportions stœchiométriques.

A3*a. Exprimer puis calculer le nombre n de moles du mélange gazeux aspiré par le cylindre au cours de la phase d'admission [IA], en fonction de P_A , T_A , R et C_V .

A3*b. Au point B du cycle, exprimer la température T_B et la pression P_B qui règnent dans la chambre de combustion au moment de l'explosion, en fonction de T_A , P_A , a_v et γ . Effectuer les applications numériques.

A3*c. Une anomalie de combustion est l'auto-allumage qui limite l'augmentation *a priori* recherchée du rapport volumétrique : le mélange {air-essence} s'enflamme spontanément dans certaines conditions de confinement avant le déclenchement de l'étincelle. Ce phénomène est reconnaissable aux cliquetis métalliques émis par le moteur. La température d'auto-allumage étant de 430 °C, calculer le rapport volumétrique maximal $a_{v(max)}$ permettant d'éviter l'auto-allumage au cours de la phase [AB]. En déduire le rendement thermique maximal du moteur dans ces conditions.

A3*d. Ecrire l'équation de la combustion. En déduire la masse m d'octane injectée pour la combustion, sachant que la composition de l'air (en pourcentages molaires) est 20,9 % en O_2 et 79,1 % en N_2 .

A3*e. Expliquer pourquoi le mélange initial {air-essence} et les gaz d'échappement peuvent-ils être assimilés en première approximation à un même gaz parfait. Justifier qualitativement pourquoi le meilleur fonctionnement du moteur est obtenu lorsque carburant et comburant constituent un mélange stœchiométrique.

Le Pouvoir Calorifique Inférieur (noté P_{CI}) est la quantité de chaleur libérée par kilogramme de carburant. Dans le cas de l'octane et dans ces conditions de confinement, il est de 44700 kJ.kg^{-1} .

A3*f. Calculer la température T_C et la pression P_C qui règnent dans la chambre en fin de combustion. Comment expliquez-vous ces valeurs anormalement élevées ?

A3*g. L'automobile se déplace sur une autoroute à la vitesse constante de 110 km.h^{-1} , le vilebrequin effectuant 3500 tours par minute. Si le moteur fonctionnait exactement selon le cycle Beau de Rochas, un cycle correspondant à 2 tours du vilebrequin, calculer la consommation en carburant $\mathcal{C}$ pour 100 km parcourus et la puissance $\mathcal{P}$ développée par le véhicule en chevaux (un cheval-vapeur est équivalent à une puissance de 736 W). Commenter ce résultat.

De la Terre à la Lune : Programme Apollo, 15 ans d'aventure spatiale

Ce problème aborde quelques aspects du Programme Apollo, qui permit à l'Homme de faire son premier pas sur la Lune le 21 juillet 1969. La première partie étudie le départ de la Terre, la seconde l'arrivée sur la Lune. La troisième étudie l'écoulement des gaz dans la tuyère d'un des cinq moteurs-fusées du premier étage de la fusée.

I De la Terre ...

La fusée lancée de Cap Canaveral en Floride, se met tout d'abord en orbite circulaire basse autour de la Terre. Elle est ensuite placée sur une orbite elliptique de transfert pour rejoindre finalement une orbite circulaire autour de la Lune. La durée d'une mission est typiquement d'une semaine.

I.A – Décollage

I.A.1) Choix du référentiel

- Définir les référentiels terrestre et géocentrique, notés respectivement $\mathcal{R}_T$ et $\mathcal{R}_G$.
 - Définir un référentiel galiléen.
- Dans toute la suite, $\mathcal{R}_G$ sera le référentiel d'étude, considéré comme galiléen.
- Justifier ce choix.

I.A.2) Influence de la base de lancement

La Terre, associée à une sphère de rayon $R_T = 6,38 \times 10^3$ km, est animée d'un mouvement de rotation uniforme (**figure 1**) autour de l'axe Sud-Nord Tz , à la vitesse angulaire $\Omega = 7,29 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

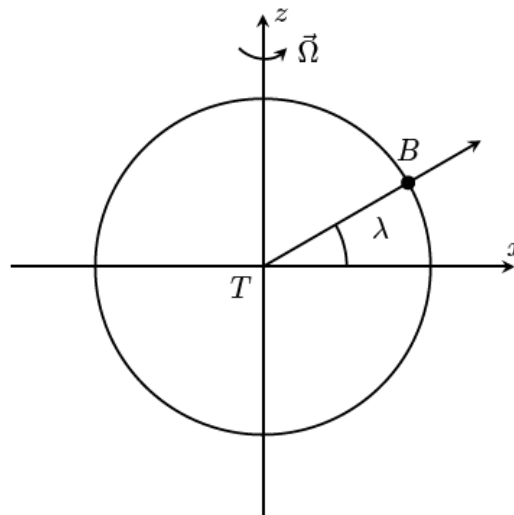


Figure 1 Latitude

- Donner la nature de la trajectoire d'un point B à la surface de la Terre, situé à la latitude λ .
 - Établir l'expression du module v_B de sa vitesse.
 - Application numérique : Calculer v_{B1} pour la base de lancement de Cap Canaveral aux États-unis ($\lambda_1 = 28,5^\circ$) et v_{B2} pour la base de Kourou en Guyane ($\lambda_2 = 5,2^\circ$).
- Une fusée de masse m_F décolle du point B , sans vitesse initiale par rapport à la Terre, pour atteindre une orbite circulaire autour de la Terre avec la vitesse finale v_0 par rapport à $\mathcal{R}_G$.
- Déterminer l'expression de la variation d'énergie cinétique ΔE_c de la fusée, en fonction de v_B , v_0 et m_F .
 - Calculer numériquement l'économie relative réalisée, définie par $\frac{\Delta E_{c1} - \Delta E_{c2}}{\Delta E_{c1}}$, en choisissant la base de Kourou plutôt que celle de Cap Canaveral, avec $v_0 = 8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Commenter.
 - Quel(s) autre(s) avantage(s) présente la base de Kourou ?

I.B.3) Mouvement d'un satellite

Un satellite de masse m_F est en orbite autour de la Terre à la distance r de son centre.

a) Donner l'expression de l'énergie potentielle E_{p0} associée, en la choisissant nulle pour $r \rightarrow \infty$.

b) Montrer que la trajectoire est plane. Quelle est sa nature ?

La trajectoire est maintenant considérée circulaire.

c) Exprimer la vitesse v_0 de la fusée, ainsi que son énergie cinétique E_{c0} , en fonction de $\mathcal{G}$, m_F , m_T et r .

d) Exprimer le rapport $\frac{T_0^2}{r^3}$, où T représente la période de révolution du satellite, en fonction de $\mathcal{G}$ et m_T .

Quel est le nom de cette loi ? Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

e) Application numérique : calculer v_0 et T_0 pour une orbite circulaire basse ($r \simeq R_T$).

f) Donner enfin l'expression de l'énergie mécanique de la fusée sous la forme $E_{m0} = -\frac{K}{2r}$, en précisant la valeur de K . Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

II ... à la Lune.

II.A – Objectif Lune

II.A.1) Orbite de transfert

La fusée Saturn V est d'abord placée en orbite circulaire autour de la Terre, dans un plan contenant l'axe Terre-Lune. Les moteurs du troisième étage sont alors allumés pendant une durée très courte : la vitesse de la fusée passe quasi instantanément de la vitesse v_0 à la vitesse v_1 , de telle sorte que la nouvelle trajectoire soit elliptique de grand axe $2a \simeq d_{TL}$, où d_{TL} représente la distance Terre-Lune (Figure 2).



Figure 2 Orbite de transfert

a) Exprimer l'énergie mécanique E_{m1} de la fusée lorsqu'elle suit cette nouvelle trajectoire.

b) En déduire l'expression de la vitesse v_1 . Application numérique.

c) Où est placée la Terre par rapport à cette ellipse ? À quel instant doit-on allumer les moteurs ?

d) Évaluer numériquement la durée t_1 du transfert Terre-Lune (parcours de la moitié de l'ellipse). On donne $d_{TL} = 3,8 \times 10^8$ m.

II.A.2) Orbite lunaire

Au voisinage de la Lune, de rayon R_L et de masse m_L , l'attraction de la Lune devient prépondérante et l'attraction de la Terre devient négligeable.

L'étude se fait désormais dans le référentiel lunocentrique, supposé galiléen.

Les paramètres du vol sont calculés pour qu'en cas de panne des moteurs, la fusée contourne la Lune pour revenir sur la Terre. (Ce fut le cas lors de la mission Apollo XIII). À l'approche de la Lune, les moteurs de la fusée sont rallumés, de façon à placer la fusée sur une orbite circulaire basse ($r \simeq R_L$) autour de la Lune.

a) Faut-il freiner ou accélérer ? Justifier qualitativement.

b) Déterminer numériquement v_2 , vitesse associée à une orbite circulaire basse autour de la Lune, avec $\mathcal{G} \times m_L = 4,9 \times 10^{12} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ et $R_L = 1,74 \times 10^3$ km.

Donnée : $\mathcal{G} \times m_T = 4,0 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ avec m_T masse de la Terre et $\mathcal{G}$ constante universelle de la gravitation.

Problème 3: Solution Aqueuse (Petites Mines, concours commun 2009)

Constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. $T_0 = 273 \text{ K}$ correspond à 0°C

Le chlore a pour numéro atomique $Z = 17$

Masse atomique molaire de $\text{H} : 1 \text{ g.mol}^{-1}$

Masse atomique molaire de $\text{Cl} : 35,5 \text{ g.mol}^{-1}$

(g), (l), (s), (aq) après la formule d'une espèce chimique signifient respectivement gazeux, liquide, solide et aqueux.

Dosage des ions chlorure $\text{Cl}^-(\text{aq})$ par précipitation.

Dans cet exercice, tous les ions sont sous forme aqueuse.

Pour s'assurer que le dosage des ions $\text{Cl}^-(\text{aq})$ par les ions $\text{Ag}^+(\text{aq})$ est possible, on réalise au préalable la manipulation suivante.

- 67) On effectue le dosage de $V_1 = 100 \text{ mL}$ d'une solution S_1 placée dans le bécher, de chlorure sodium (Na^+ , Cl^-) de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ par une solution S_2 de nitrate d'argent (Ag^+ , NO_3^-) placée dans la burette, de concentration $C_2 = 8.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le produit de solubilité du chlorure d'argent $\text{AgCl}(\text{s})$ est : $K_{S1}^0 = 10^{-10}$.

Ecrire la réaction de dosage. Exprimer la constante d'équilibre K_{S1}^0 en fonction des concentrations. La précipitation débute-t-elle dès la première goutte ? (Une goutte = 0.05 mL).

- 68) Calculer le volume V_{2e} de la solution de nitrate d'argent versé à l'équivalence.

- 69) On a ajouté dans le bécher, en guise d'indicateur coloré, $V_3 = 2 \text{ mL}$ d'une solution de chromate de potassium K_2CrO_4 , (2 K^+ , CrO_4^{2-}) de concentration $C_3 = 1 \text{ mol.L}^{-1}$, susceptible de donner le précipité $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$, de couleur rouge, dont le produit de solubilité est $K_{S2}^0 = 10^{-11,8}$.

Ecrire la réaction de précipitation de $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$.

Exprimer la constante d'équilibre K_{S2}^0 en fonction des concentrations.

Montrer que $\text{AgCl}(\text{s})$ précipite avant $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$.

- 70) Quelle est la concentration en ions Cl^- dans le bécher quand $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$ commence à précipiter. (On considérera que le volume est très voisin de celui à l'équivalence).

- 71) Le titrage précédent est maintenant réalisé par conductimétrie. Quelle est la grandeur physique mesurée ? Rappeler les différentes façons d'obtenir des courbes formées de segments de droites.

- 72) On donne les conductivités molaires limites ioniques suivantes (en $\text{mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$) :
 $\lambda^\circ(\text{Cl}^-) = 7,6$ $\lambda^\circ(\text{Ag}^+) = 6,2$ $\lambda^\circ(\text{NO}_3^-) = 7,1$ $\lambda^\circ(\text{Na}^+) = 5,0$. Exprimer la conductivité d'une solution ionique en fonction des concentrations et des conductivités molaires ioniques des ions. Expliquer de façon simple comment varie la conductivité de la solution contenue dans le bécher au cours du titrage et tracer l'allure de la courbe du titrage conductimétrique précédent.