Mécanique, ouverture au monde quantique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1 : A propos d'un moteur de véhicule automobile (extrait Concours Centrale-Supélec, TSI, 2004)

Tout résultat fourni par l'énoncé pourra être utilisé ultérieurement sans justification. Le problème étudie les principes physiques de certains dispositifs mis en œuvre dans un moteur automobile. Dans un moteur à essence quatre temps, la chaleur dégagée par la combustion du mélange gazeux air-carburant induit une augmentation de pression qui repousse le piston coulissant dans le cylindre. Un système bielle-manivelle transforme le mouvement de translation du piston en un mouvement de rotation du vilebrequin. Une fraction de l'énergie mécanique est convertie en énergie électrique pour charger la batterie d'accumulateurs qui alimente ensuite le véhicule en électricité.

Partie I - Thermodynamique d'un moteur à essence 4 temps à 4 cylindres

Le fonctionnement du moteur est modélisé par le cycle (idéalisé) représenté ci-dessous et appelé cycle Beau de Rochas.

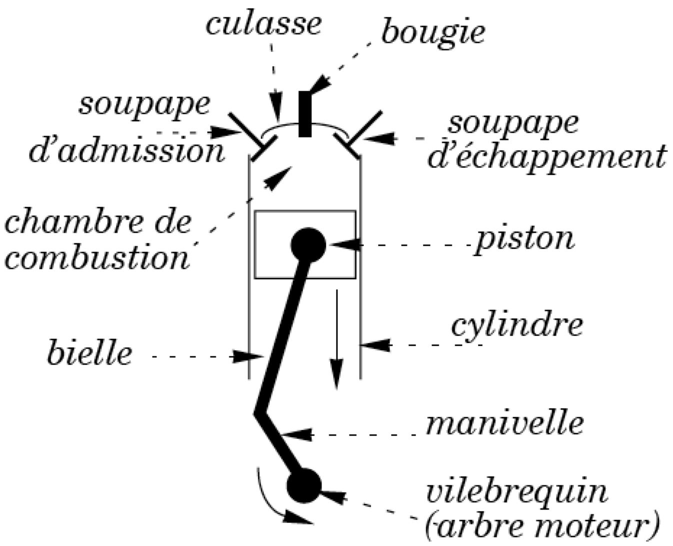
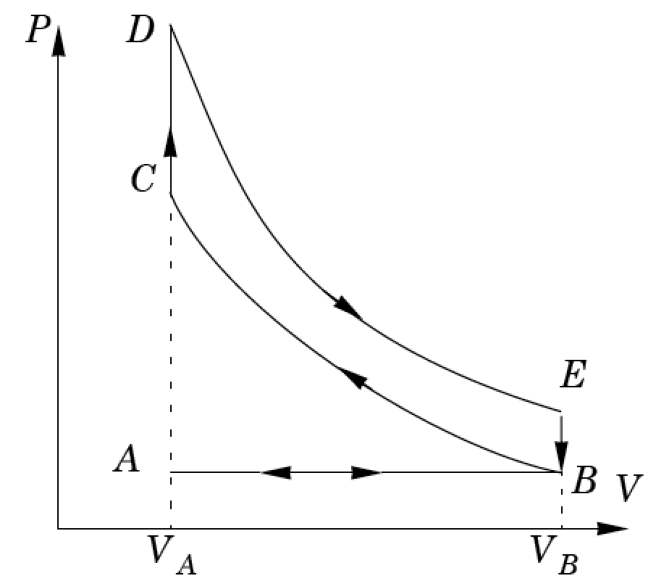


Schéma d'un cylindre de véhicule automobile



Représentation du cycle thermodynamique en coordonnées PV (pression P dans le cylindre en ordonnée et volume V du cylindre en abscisse).

Définitions et notations :

Point Mort Haut (PMH) : position la plus haute du piston (points A, C et D du cycle) ;

Point Mort Bas (PMB) : position la plus basse du piston (points B et E du cycle) ;

V_A, volume mort, volume de la chambre de combustion au PMH ;

V_B, volume de la chambre de combustion au PMB ;

Cylindrée unitaire (c'est-à-dire d'un seul cylindre) : $V_B - V_A$;

Rapport volumétrique (ou taux de compression) : $\alpha = V_B/V_A$;

Longueur de la manivelle : $\mathscr{L}$;

Alésage $\mathscr{A}$: diamètre du cylindre.

Le cycle Beau de Rochas est constitué des transformations suivantes :

	Transformations	Sur le cycle	Mouvement du piston
1er temps	admission (la soupape d'admission est ouverte) isobare du mélange	de A à B	du PMH au PMB
	fermeture de la soupape d'admission	en B	
2ème temps	compression adiabatique réversible	de B à C	du PMB au PMH
3ème temps	allumage	en C	
	combustion isochore (supposée instantanée) du mélange	de C à D	
	détente adiabatique réversible	*de* D à E	du PMH au PMB
4ème temps	ouverture de la soupape d'échappement	en E	
	refroidissement isochore	de E à B	
	échappement isobare	de B à A	du PMB au PMH
	ouverture de la soupape d'admission et fermeture de la soupape d'échappement		

On appelle système $(Syst)$ le mélange gazeux contenu dans le cylindre. Ce mélange se comporte comme un gaz parfait diatomique. On suppose de plus que son nombre de moles reste constant (même au cours de la combustion) en dehors des phases d'admission et d'échappement. On néglige tout échange de chaleur entre les parois du cylindre et le mélange gazeux. Le système $(Syst)$ est caractérisé par son volume V, sa température thermodynamique T et sa pression P. La pression P du contenu du cylindre s'exerce sur le piston, dont l'autre « face » est soumise à la pression atmosphérique $P_{at}(=P_A)$ supposée constante et égale à $10^5 Pa$. La vitesse angulaire ω du vilebrequin est constante.

I.A - Temps moteur et temps résistant

I.A.1) Combien y a-t-il de « temps moteur » et de « temps résistant » au cours d'un cycle thermodynamique ? À combien de tours de vilebrequin correspond un cycle thermodynamique ?

I.A.2) Quelle est, en fonction de ω, la durée du temps « moteur » ?

I.B - Rendement thermodynamique d'un cylindre unique

I.B.1) Déterminer les capacités thermiques (calorifiques) molaires à volume et pression constants C_v et C_p pour le système $(Syst)$ en fonction de la constante des gaz parfaits R et du rapport $\gamma = C_p/C_v$. On donne : $R = 8,314(\mathrm{SI})$; $\gamma = 1,4$. Calculer les valeurs numériques de C_v et C_p en précisant leur unité.

I.B.2)

a) Préciser les relations liant P à V pour chacune des transformations du cycle thermodynamique.

b) Quel est le travail reçu par le système $(Syst)$ au cours de la phase d'admission ? Au cours de la phase d'échappement ? À quoi correspondent ces travaux sur le cycle ? Quel est le travail des forces de pression reçu par le piston lors de ces phases ?

c) Le diagramme représentant le cycle thermodynamique renseigne-t-il sur le caractère moteur de la machine étudiée ?

I.B.3) La quantité de chaleur reçue de la source chaude provient de la combustion du mélange. Définir le rendement ρ du cycle en fonction des quantités de chaleur Q_{CD} et Q_{EB} reçues par le système $(Syst)$ au cours des transformations CD et EB. Exprimer ce rendement en fonctions des températures aux différents points du cycle. Établir l'égalité : $\rho = 1 - \alpha^{1-\gamma}$.

I.B.4) Représenter le cycle $(BCDEB)$ de transformations subies par le système $(Syst)$ en coordonnées T, S (température thermodynamique T en ordonnée, entropie S du système $(Syst)$ en abscisse). On précisera l'équation des différentes portions du cycle. Que représente l'aire de ce cycle (on justifiera la réponse) ?

I.C - Quelques ordres de grandeur pour un moteur à quatre cylindres

I.C.1) $\alpha = 10$. La température du gaz à l'admission est supposée constante et égale à $77°\,C$ ($350K$).
Calculer la température des gaz en fin de compression et le rendement théorique.

I.C.2) $\mathscr{A} = 80\ \text{mm}$, $\mathscr{L} = 50\ \text{mm}$. La masse molaire M_{air} de l'air vaut $29\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$. La combustion d'un gramme de mélange dégage une chaleur égale à $2,85\ \text{kJ}$.

a) Quelle est la cylindrée totale du véhicule équipé d'un moteur à quatre cylindres ?

b) Quelle est la masse d'air aspirée par le moteur et par cycle ?

c) Que valent la température théorique en fin de combustion et la pression maximale atteinte au cours du cycle ? Commenter.

1. Questions de cours

1.1. Donner la définition d'un système fermé.
Pour un système thermodynamique fermé, énoncer le second principe de la thermodynamique. On rappellera notamment le bilan entropique liant la variation d'entropie ΔS du système fermé à l'entropie reçue S^r et la production d'entropie S^p.
Toute équation devra être accompagnée d'une explication.

1.2. Bilans entropiques particuliers

1.2.1. Donner la définition d'un système isolé.
Que devient le bilan entropique du 1.1. dans le cas d'un système isolé ?

1.2.2. Donner la définition d'un système stationnaire.
Que devient le bilan entropique dans le cas d'un système stationnaire ?

1.3. Donner deux exemples de causes d'irréversibilité.

1.4. Dans les questions suivantes, on notera n la quantité de matière de gaz parfait, R la constante des gaz parfaits, C_p la capacité thermique à pression constante des n moles de gaz, C_v la capacité thermique à volume constant des n moles de gaz, et γ le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants. On supposera que C_v et C_p sont indépendants de la température T. On s'attachera à soigner les explications.

1.4.1. Exprimer la variation d'énergie interne d'un gaz parfait en fonction de la variation de la température.

1.4.2. Exprimer la variation d'entropie d'un gaz parfait en fonction des variations de température et de volume.

1.4.3. Dans le cas d'un gaz parfait, donner la relation entre C_p, C_v, R et n. Quel est le nom donné à cette relation ?

1.4.4. Exprimer C_p et C_v en fonction de n, R et γ.

2. Compression d'un gaz parfait

Un cylindre circulaire d'axe vertical et de section S est fermé par un piston de masse M. Pour traiter l'aspect thermodynamique de ce problème, on négligera les frottements du piston sur le cylindre (NB : ces frottements existent néanmoins et permettent d'atteindre l'état d'équilibre mécanique). On introduit dans le cylindre à température ambiante T une quantité d'azote n telle que le plan inférieur du piston soit, à l'équilibre, à une distance a_1 du fond *(fig.1)*.
On notera P_0 la pression atmosphérique et on assimilera l'azote à un gaz parfait diatomique.

2.1. En étudiant l'équilibre du piston, donner l'expression de la pression P_1 à l'intérieur du cylindre en fonction de P_0, M, S, et l'accélération de la pesanteur g.

On ajoute dorénavant une surcharge de masse m sur le piston *(fig.2)*.

2.2. On suppose dans cette question que le nouvel équilibre mécanique est atteint avant que tout échange de chaleur n'ait eu lieu avec l'extérieur.

2.2.1. Exprimer la pression P_2 dans le cylindre en fonction de P_0, M, m, S et g.

2.2.2. Déterminer le travail des forces de pression atmosphérique exercées sur le piston et transmises intégralement au gaz en fonction de P_0 et de la variation de volume du gaz dans le cylindre.

2.2.3. Déterminer le travail de pesanteur de l'ensemble {piston + surcharge} en fonction de M, m, S et g et de la variation de volume du gaz dans le cylindre.

2.2.4. En appelant T_2 la température juste après l'équilibre mécanique et avant tout échange thermique, appliquer le premier principe de la thermodynamique au système fermé du gaz parfait et exprimer la nouvelle hauteur du piston a_2 en fonction de a_1, C_v, T_2, T, P_2 et S.

2.2.5. En déduire alors a_2 en fonction de a_1, γ, P_1 et P_2.

2.3. On suppose maintenant que l'équilibre thermique s'est établi avec l'extérieur.
Exprimer la pression P_3 à l'intérieur du cylindre en fonction de P_0, M, m, S et g.
Exprimer ensuite la nouvelle position d'équilibre du piston a_3 en fonction de a_1, P_1 et P_3, puis en fonction de a_1, P_0, M, m, S et g.

2.4. Quelle est la relation entre la quantité de chaleur Q et le travail W mis en jeu lors de l'ensemble de la transformation subie par le gaz ?
Donner l'expression du travail W. En déduire l'expression de la quantité de chaleur Q en fonction de P_3, a_3, a_1 et S, puis en fonction de n, R, T, P_0, M, m, S et g, toujours sur l'ensemble de la transformation.

2.5. On souhaite ici calculer les variations d'entropie sur l'ensemble de la transformation.

2.5.1. L'atmosphère extérieure ayant en permanence une température égale à T, quel nom peut-on lui donner ? En déduire l'expression de l'entropie reçue par l'extérieur. Exprimer la variation d'entropie de l'extérieur ΔS_{ext} en fonction de n, R, M, m, g, P_0 et S.

2.5.2. Quelle est l'entropie reçue par le gaz parfait dans le cylindre ? En utilisant la question 1.4.2, exprimer la variation d'entropie totale du gaz parfait dans le cylindre ΔS_{gaz} en fonction de n, R, M, m, g, P_0 et S.

2.5.3. En déduire la variation d'entropie de l'univers $\Delta S = \Delta S_{gaz} + \Delta S_{ext}$.
En posant $x(m) = \dfrac{mg}{Mg + P_0 S}$, montrer que $\Delta S = nR(x - ln(1 + x))$.

2.5.4. La transformation est-elle réversible ? Justifier la réponse.