

**Mécanique, chimie**

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT : « La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

**Problème 1: Mesure des paramètres mécaniques d'un haut-parleur électrodynamique (Extrait concours ATS 2001)**

**Introduction**

Le schéma simplifié du haut-parleur électrodynamique étudié est donné ci-dessous, figure 1.  
 La symétrie est cylindrique autour de l'axe Oz, le champ magnétique produit par l'aimant est radial dans l'entrefer.  
 La membrane, le support, le dôme et la bobine sont solidaires et constituent l'équipage mobile.

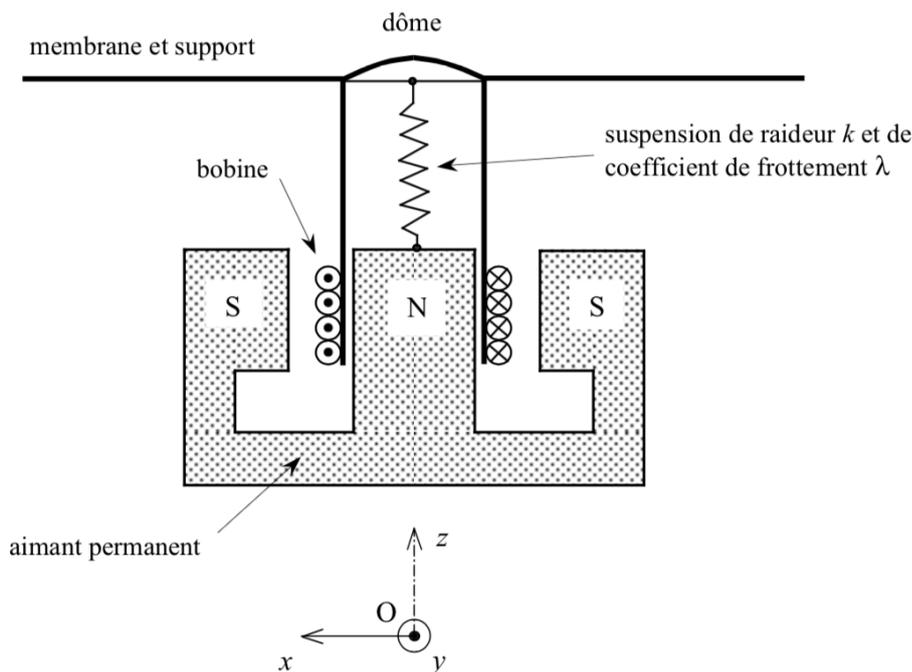


Figure 1

Cette mesure s'effectue dans la configuration de la figure 1. On rappelle que l'axe Oz est l'axe vertical ascendant. Le circuit électrique est ouvert, les seules forces à considérer sont donc les forces d'origine mécanique. L'équipage mobile possède une masse totale  $m$  et est astreint à se déplacer selon Oz. La suspension est modélisée par un ressort de raideur  $k$ , de longueur à vide  $l_0$  et de coefficient de frottement  $\lambda$ .

On notera  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  l'accélération de la pesanteur.

- 2.1 Dessiner le système masse-ressort-amortisseur équivalent. On prendra comme origine des  $z$  l'extrémité inférieure du ressort, supposée fixe.  
 Exprimer la position  $z_0$  de la masse  $m$  à l'équilibre en fonction de  $m$ ,  $l_0$ ,  $k$  et  $g$ .

*Mesure de k*

- 2.2 On place une masse supplémentaire  $m'$  sur le dôme. Au repos, on mesure un enfoncement  $d$  de l'équipage. Montrer qu'on peut déduire  $k$  de la connaissance de  $m'$  et de  $d$ .
- 2.3 Avec  $m' = 10 \text{ g}$ , on mesure  $d = 50 \text{ }\mu\text{m}$ . Donner la valeur numérique de  $k$  en précisant son unité.

La masse supplémentaire est ôtée dans toute la suite.

La masse supplémentaire est ôtée dans toute la suite.

*Etude énergétique et équation du mouvement*

- 2.4** Effectuer le bilan des forces s'exerçant sur le système (équipage mobile). Parmi ces forces, lesquelles sont conservatives ? On précisera la définition du qualificatif « conservative ».
- 2.5** Soit une force  $\mathbf{F}$  donnée dérivant d'une énergie potentielle  $E_p$ . Rappeler la relation entre  $\mathbf{F}$  et  $E_p$ . En déduire une expression de  $E_{pm}$ , l'énergie potentielle relative à la force de pesanteur pour la masse  $m$ , en fonction de  $z$  et  $g$ .
- 2.6** Etablir l'expression de l'énergie potentielle  $E_{pk}$  relative à la force de rappel du ressort en fonction de  $k$ ,  $l_0$  et  $z$ .
- 2.7** En déduire l'expression de l'énergie potentielle totale  $E_p(z)$ , définie telle que  $E_p(z_0) = 0$  à la position d'équilibre (cf. question 2.1). Montrer que  $E_p(z)$  peut s'écrire en fonction de la seule variable  $z^* = z - z_0$  et de la raideur  $k$ .
- 2.8** Enoncer le théorème de l'énergie cinétique et définir l'énergie mécanique  $E_m$  du système. En déduire l'expression de  $dE_m/dt$  en fonction du coefficient de frottement  $\lambda$  et de la vitesse  $v = dz/dt$ . Interpréter physiquement le résultat (notamment son signe).

A l'aide de ce qui précède (questions 2.7 et 2.8), montrer que l'équation du mouvement s'écrit :

$$m \frac{d^2 z^*}{dt^2} + \lambda \frac{dz^*}{dt} + k z^* = 0$$

- 2.9** A quelle condition l'équation précédente conduit-elle à des solutions oscillantes ?
- 2.10** On suppose cette condition remplie. Résoudre l'équation précédente avec les conditions initiales suivantes :  $z^*(0) = 0$ ,  $(dz^*/dt)_{t=0} = v(0) = v_0$ . Montrer que le résultat peut se mettre sous la forme :  $z^*(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t)$ , où l'on précisera la valeur de  $A$ ,  $\alpha$  et  $\omega_0$  en fonction de  $m$ ,  $k$ ,  $\lambda$  et  $v_0$ .
- 2.11** Que devient l'expression de  $\omega_0$  lorsqu'on se trouve en régime de faible amortissement (loin du régime critique, lorsque  $\alpha \ll \omega_0$ ) ?
- 2.12** On note  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  la pseudo-période du mouvement. Montrer que si  $\tau = 1/\alpha = 4 T_0$ , le système oscille en régime de faible amortissement. En déduire une expression approchée de la vitesse  $v(t)$ , fonction des seuls paramètres  $v_0$  et  $\omega_0$ .
- 2.13** Déduire de 2.11 et 2.12 les expressions des énergies potentielle  $E_p(t)$ , cinétique  $E_c(t)$  et mécanique  $E_m(t)$  en fonction de  $\omega_0$ ,  $\alpha$ ,  $v_0$  et  $m$ . Tracer alors le graphe de ces énergies en fonction du temps pour  $0 \leq t \leq 2 T_0$ . Interpréter physiquement.

*Application numérique : mesure de la masse mobile et du coefficient de frottement en régime de faible amortissement*

- 2.14** On met en vibration libre l'équipage mobile. On mesure alors une pseudo-fréquence de 71 Hz. En déduire un bon ordre de grandeur de la masse  $m$  de l'équipage (on retiendra que  $2\pi^2 \approx 20$ ).
- 2.15** On observe une réduction de l'amplitude de la vibration d'un facteur 1000 en 0,5 s. En déduire une valeur numérique approchée de  $\alpha$ , arrondie à deux chiffres significatifs (on donne  $\ln 10 \approx 2,3$ ). En déduire la valeur numérique de  $\lambda$  et préciser son unité S.I.

## **Problème 2 : Pile au Lithium (Extrait Concours Centrale-Supélec TSI 2013)**

Beaucoup d'appareils embarqués portables fonctionnent avec des piles au lithium. Elles peuvent être de forme bouton ou cylindriques. Le but de cette partie est de comprendre l'intérêt du choix du lithium dans leur conception et d'aborder quelques points du recyclage de ces piles.

### **III.A – Le lithium et ses propriétés**

#### **III.A.1) Élément lithium**

L'isotope le plus abondant (92,5%) sur terre est  ${}^7_3\text{Li}$ .

- Donner la composition d'un atome de lithium.
- Donner un ordre de grandeur de la masse molaire atomique du lithium.
- Rappeler la définition d'un isotope.

#### **III.A.2) Le lithium dans la classification périodique.**

- Où se trouve le lithium dans la classification périodique ? À quelle famille appartient-il ? Citez un autre élément de la même famille.
- Donner sa configuration électronique.
- Quel ion peut-il former ? On n'oubliera pas de justifier la stabilité de cet ion.
- Comment évolue dans la classification périodique le caractère réducteur d'un élément ? Que dire alors du lithium ?

### **III.B – Le choix du lithium pour les piles**

Une modélisation simple d'une pile au lithium est proposée ici. Une des électrodes est constituée de lithium  $\text{Li}(s)$ , l'autre est une électrode liquide qui joue en même temps le rôle d'électrolyte.

#### **III.B.1) Électrode de lithium**

À  $25^\circ\text{C}$ , on donne  $\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 \approx 0,06 \text{ V}$  et  $E^\circ(\text{Li}^+/\text{Li}) = -3,03 \text{ V}$ .

- Écrire la demi-équation électronique pour ce couple.
- Exprimer le potentiel de cette électrode noté  $E_{\text{Li}}$  en présence d'ions  $\text{Li}^+$  et faire l'application numérique avec une concentration  $[\text{Li}^+] = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .
- Afin de justifier le choix du lithium, on envisage une autre électrode, au zinc. Sachant que  $E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0,76 \text{ V}$ , calculer le potentiel rédox de cette électrode en présence d'ions  $\text{Zn}^{2+}$  avec une concentration  $[\text{Zn}^{2+}] = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .
- Comparer les deux valeurs précédentes. Que dire du caractère réducteur du lithium ?
- L'électrode de lithium joue-t-elle alors le rôle de cathode ou d'anode ?

#### **III.B.2) Électrode liquide au chlorure de thionyle ( $\text{SOCl}_2$ )**

Elle est constituée d'une électrode de carbone poreux remplie de chlorure de thionyle. Ce dernier est à la fois le solvant et l'électrolyte. La demi-équation est :



- Déterminer les nombres d'oxydation des différents éléments dans les 4 composés de la demi-équation précédente.
- Le chlorure de thionyle subit-il une oxydation ou une réduction ?
- L'électrode liquide joue-t-elle alors le rôle de cathode ou d'anode ?

Une mesure du potentiel d'oxydoréduction donne  $E = 0,65 \text{ V}$  par rapport l'électrode standard à hydrogène.

#### **III.B.3) Bilan de la pile**

- Faire une représentation schématique de la pile en précisant bien la nature de chaque électrode et la polarité de la pile.
- Écrire l'équation bilan qui traduit le fonctionnement de cette pile.
- Exprimer la f.é.m de cette pile en fonction de  $E$  et  $E_{\text{Li}}$ . La calculer numériquement.
- Que pensez-vous de la valeur trouvée par rapport aux valeurs connues pour une pile alcaline classique ?
- Le lithium réagissant vivement avec l'eau et le chlorure de thionyle présentant également des risques, quel conseil peut-on donner à un utilisateur ayant une pile usagée ?