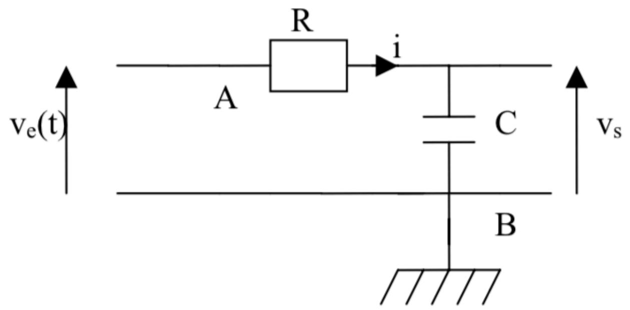
Mécanique, électrocinétique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT : « La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Circuit en régime sinusoïdal (Extrait concours CCP, TSI 2005)

On applique entre les bornes A et B du dipôle de la première partie une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω :
$v_e(t) = V_e.\cos(\omega.t)$ où V_e est une constante et où la pulsation ω du générateur peut varier.

v_e est la tension d'entrée du filtre et v_s la tension de sortie.



8/ Comment se comporte le condensateur à très basse et à très haute fréquence ? En déduire la nature du filtre (passe haut, passe bas, passe bande, réjecteur de bande…).

9/ En faisant varier la pulsation (et donc la fréquence) de la tension d'entrée v_e, on obtient aux bornes du condensateur une tension de la forme :

$$v_s(t) = V_s(\omega).\cos(\omega.t + \varphi(\omega))$$

On appelle gain en amplitude $G(\omega)$ le rapport des tensions maximales : $G(\omega) = \dfrac{V_s(\omega)}{V_e}$

Le gain en décibel g est défini par $g = 20\ .\log G(\omega)$ où *log* représente la fonction logarithme décimal.

On pose $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$

<u>Remarque</u> : On pourra utiliser les notations complexes si nécessaire. Il faudra pour cela définir clairement les notations utilisées.

9.1/ Déterminer l'expression du gain du filtre $G(\omega)$ en fonction de ω, R et C puis en fonction de ω et ω_0.

Déterminer l'expression du déphasage $\varphi(\omega)$ de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée en fonction de ω, R et C puis en fonction de ω et ω_0.

9.2/ Indiquer les valeurs de G, g et φ lorsque :

- la pulsation ω tend vers 0,
- la pulsation ω est égale à ω_0,
- la pulsation ω tend vers l'infini.

On pourra, pour plus de clarté, présenter les résultats dans un tableau.
Quelle est la pente de la courbe $g(\log\omega)$ lorsque ω tend vers l'infini ? Une démonstration précise est attendue.

9.3/ Tracer, sur un premier graphique et en se servant des résultats de la question précédente, le diagramme de Bode asymptotique du gain en décibel $g(\log\omega)$ en fonction de $\log\omega$. Indiquer sur le même graphique <u>l'allure</u> du diagramme de Bode réel (graphe à effectuer sur papier millimétré).
De même, tracer sur un deuxième graphique et en se servant des résultats de la question précédente, le diagramme de Bode asymptotique du déphasage $\varphi(\log\omega)$ en fonction de $\log\omega$. Indiquer sur le même graphique <u>l'allure</u> du diagramme de Bode réel (graphe à effectuer sur papier millimétré).

10/ On appelle pulsation de coupure ω_c, la pulsation pour laquelle la différence entre le gain (en décibel) et le gain maximum est de -3 dB.
ω_c est telle que $g(\omega_c) = g_{\max} - 3dB$ et $g_{\max}$ est la valeur maximale de $g(\omega)$ lorsque ω appartient à l'intervalle $[0;+\infty[$.

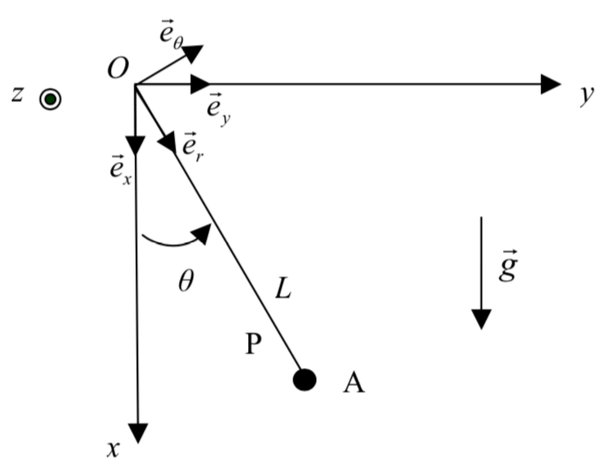
Exprimer ω_c en fonction de R et de C puis en fonction de ω_0.

Problème 2 : Oscillations mécaniques : aspects énergétiques (Extrait Concours CCP TSI, 2005)

Un objet ponctuel A de masse m est suspendu à l'extrémité P d'un fil OP de masse négligeable et de longueur L. Il peut effectuer des mouvements de rotation dans le plan vertical *(Oxy)*, autour de l'axe horizontal *(Oz)*.
La position de l'objet A est repérée par l'angle θ que fait le fil avec la verticale.
L'étude sera menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Les frottements au niveau de l'axe de rotation seront négligés dans toutes les questions.
Les frottements de l'air seront négligés dans toutes les questions hormis dans les question 2.5 et 3.5 où l'on envisagera un amortissement par frottement fluide.

L'ensemble ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur $\vec{g}$ tel que $\vec{g} = g.\vec{e}_x$.



Nous nous proposons, dans cette question, de retrouver l'équation différentielle du mouvement du pendule par une méthode énergétique.

L'étude sera faite dans le cas général de mouvements d'amplitude quelconque.

3.1/ Déterminer, pour une position du pendule repérée par un angle θ quelconque, l'expression de l'énergie cinétique E_c de l'objet *A* (pour $t \geq 0$) en fonction de *m, L* et $\frac{d\theta}{dt}$.

3.2/ Déterminer de même, pour une position du pendule repérée par un angle θ quelconque, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p de l'objet *A* (pour $t \geq 0$) en fonction de *m*, *L*, θ et *g* accélération de la pesanteur. On prendra la référence de l'énergie potentielle de pesanteur dans la position repérée par l'angle $\theta = 90°$.

3.3/ Sachant que dans cette question tous les frottements sont négligés, retrouver par des considérations énergétiques l'équation différentielle du second ordre vérifiée par l'angle θ au cours du temps.

3.4/ Dans le cas des mouvements de faible amplitude, l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie cinétique de l'objet *A* sont des fonctions périodiques du temps. Déterminer la période T'_0 de ces fonctions en fonction de T_0 (période définie dans la question 2.1). Justifier le résultat.

3.5/ Amortissement par frottement fluide

Nous nous plaçons à nouveau dans le cas où l'objet *A* est soumis à un frottement fluide proportionnel à sa vitesse. Soit *h* le coefficient de proportionnalité entre la force de frottement $\vec{f}$ et la vitesse $\vec{v}$ de l'objet *A*. La force de frottement s'écrit sous la forme $\vec{f} = -h.\vec{v}$.

Compte tenu des expressions de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur de l'objet *A* déterminées précédemment, retrouver par des considérations énergétiques l'équation différentielle du mouvement de la question 2.5 dans le cas où l'on prend en compte la présence d'un frottement fluide.

Exercice: Ondes (Extrait BAC C année 80)

Une onde (1) sinusoïdale, plane, se propage dans la direction et le sens de l'axe Ox, avec la vitesse de propagation (ou célérité) c. Pour $x = 0$, on a

$$u_1(t, 0) = a \cos \omega t.$$

Une onde (2) sinusoïdale analogue (même nature, même fréquence, même amplitude), se propage en sens inverse avec la même célérité. Pour $x = 0$:

$$u_2(t, 0) = a \cos \omega t.$$

1° Écrire les expressions de $u_1(t, x)$ et de $u_2(t, x)$.

2° Dans une région où les ondes (1) et (2) se superposent, on obtient :

$$u(t, x) = A \cos \frac{\pi x}{6} \cos \frac{\pi}{4} t$$

(les longueurs étant exprimées en mètres et les temps en secondes).

a) Comment appelle-t-on une telle onde?

b) Calculer la pulsation ω des ondes (1) et (2) et la période correspondante.

c) Calculer la longueur d'onde λ des ondes (1) et (2) et leur célérité c.

d) Quelle est l'expression de $u(t, x)$ pour $x = 0$ et $x = 9$ m? Les plans correspondants sont-ils remarquables?

Donnée: $\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$