

Electrocinétique, Chimie

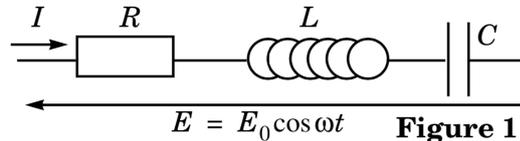
Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Phénomène de résonance dans un circuit RLC

I.A - Résonance série

Le dipôle de la figure 1 (une bobine d'inductance L et de résistance R est montée en série avec un condensateur de capacité C), alimenté par une tension sinusoïdale



$$E = E_0 \cos \omega t$$

de pulsation ω variable, est parcouru par un courant

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) .$$

I.A.1) Exprimer l'impédance complexe Z_s de ce dipôle.

I.A.2) En déduire l'impédance (réelle) Z_s de ce dipôle et le retard de phase φ du courant I sur la tension E en fonction de la pulsation propre

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

et du facteur de qualité

$$Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

de ce circuit.

I.A.3) Tracer le graphe du rapport

$$\frac{Z_s}{R}$$

en fonction du rapport

$$x = \frac{\omega}{\omega_0} .$$

I.A.4) Quelle est la valeur maximale I_{0Max} de l'amplitude I_0 du courant ? Pour quelle valeur de la pulsation est-elle atteinte ?

Tracer les graphes du rapport

$$\frac{I_0}{I_{0Max}}$$

et de la phase φ en fonction de x .

I.A.5) L'acuité de la résonance est définie par le rapport

$$A = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \text{ où } \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \text{ (avec } \omega_2 > \omega_1 \text{)}$$

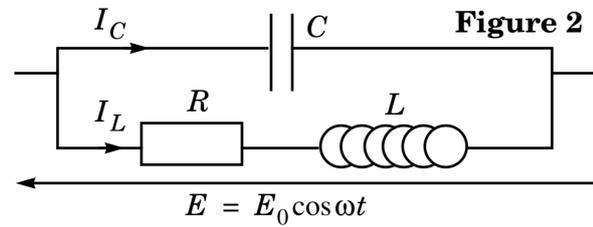
représente la bande de pulsations dans laquelle l'amplitude du courant vérifie

$$I_0(\omega) \geq \frac{I_{0Max}}{\sqrt{2}} .$$

Déterminer A en fonction de Q . Dans quel domaine varie la phase φ pour $\omega \in [\omega_2, \omega_1]$?

I.B - Résonance parallèle

On considère maintenant le dipôle de la figure 2 (la bobine L , R est montée en dérivation avec le condensateur C), alimenté par la tension sinusoïdale $E = E_0 \cos \omega t$ de pulsation ω variable.



I.B.1) Exprimer l'impédance complexe \underline{Z}_P de ce dipôle en fonction de R , L , C et ω .

I.B.2) En déduire l'expression \underline{Z}_P en fonction de R , C , ω , Q , ω_0 et \underline{Z}_s (Q , ω_0 et \underline{Z}_s ayant été définis à la question précédente).

I.B.3) Montrer que, lorsque le facteur de qualité est très élevé ($Q \gg 1$) et la pulsation ω pas trop faible

$$\left(Q \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \right),$$

\underline{Z}_P peut se mettre sous la forme approchée :

$$\underline{Z}_P \approx \frac{Q^2 R^2}{\underline{Z}_s}.$$

On utilisera ce résultat dans toute la suite de la question I.B.

I.B.4) Quelle est la valeur de \underline{Z}_P pour la pulsation ω_0 ? Quel est alors le comportement de ce circuit ?

I.B.5) On suppose $\omega = \omega_0$. Déterminer les valeurs approximatives des intensités réelles I_L et I_C qui traversent respectivement la bobine et le condensateur en fonction de R , Q , ω , du temps t et de l'amplitude E_0 de la tension d'alimentation du dipôle. Commenter les résultats obtenus.

Problème 2 : Piles au lithium

Beaucoup d'appareils embarqués portables fonctionnent avec des piles au lithium. Elles peuvent être de forme bouton ou cylindriques. Le but de cette partie est de comprendre l'intérêt du choix du lithium dans leur conception et d'aborder quelques points du recyclage de ces piles.

III.A - Le lithium et ses propriétés

III.A.1) Élément lithium

L'isotope le plus abondant (92,5%) sur terre est ${}^7_3\text{Li}$.

a) Donner la composition d'un atome de lithium.

b) Donner un ordre de grandeur de la masse molaire atomique du lithium.

c) Rappeler la définition d'un isotope.

III.A.2) Le lithium dans la classification périodique.

a) Où se trouve le lithium dans la classification périodique ? À quelle famille appartient-il ? Citez un autre élément de la même famille.

b) Donner sa configuration électronique.

c) Quel ion peut-il former ? On n'oubliera pas de justifier la stabilité de cet ion.

d) Comment évolue dans la classification périodique le caractère réducteur d'un élément ? Que dire alors du lithium ?

III.B – Le choix du lithium pour les piles

Une modélisation simple d'une pile au lithium est proposée ici. Une des électrodes est constituée de lithium Li(s), l'autre est une électrode liquide qui joue en même temps le rôle d'électrolyte.

III.B.1) Électrode de lithium

À 25°C, on donne $\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 \approx 0,06 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{Li}^+/\text{Li}) = -3,03 \text{ V}$.

- Écrire la demi-équation électronique pour ce couple.
- Exprimer le potentiel de cette électrode noté E_{Li} en présence d'ions Li^+ et faire l'application numérique avec une concentration $[\text{Li}^+] = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
- Afin de justifier le choix du lithium, on envisage une autre électrode, au zinc.
Sachant que $E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0,76 \text{ V}$, calculer le potentiel rédox de cette électrode en présence d'ions Zn^{2+} avec une concentration $[\text{Zn}^{2+}] = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
- Comparer les deux valeurs précédentes. Que dire du caractère réducteur du lithium ?
- L'électrode de lithium joue-t-elle alors le rôle de cathode ou d'anode ?

III.B.2) Électrode liquide au chlorure de thionyle (SOCl_2)

Elle est constituée d'une électrode de carbone poreux remplie de chlorure de thionyle. Ce dernier est à la fois le solvant et l'électrolyte. La demi-équation est :



- Déterminer les nombres d'oxydation des différents éléments dans les 4 composés de la demi-équation précédente.
- Le chlorure de thionyle subit-il une oxydation ou une réduction ?
- L'électrode liquide joue-t-elle alors le rôle de cathode ou d'anode ?

Une mesure du potentiel d'oxydoréduction donne $E = 0,65 \text{ V}$ par rapport l'électrode standard à hydrogène.

III.B.3) Bilan de la pile

- Faire une représentation schématique de la pile en précisant bien la nature de chaque électrode et la polarité de la pile.
- Écrire l'équation bilan qui traduit le fonctionnement de cette pile.
- Exprimer la f.é.m de cette pile en fonction de E et E_{Li} . La calculer numériquement.
- Que pensez-vous de la valeur trouvée par rapport aux valeurs connues pour une pile alcaline classique ?
- Le lithium réagissant vivement avec l'eau et le chlorure de thionyle présentant également des risques, quel conseil peut-on donner à un utilisateur ayant une pile usagée ?

Problème 3 (bonus): Onde stationnaire sur une corde de guitare

On utilise successivement un diapason D de fréquence $f = 330 \text{ Hz}$, une corde de guitare métallique C de masse linéique $\mu = 0,38 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ et une guitare G, afin d'illustrer une étude théorique très simplifiée de la propagation des vibrations transversales le long d'une corde tendue. On négligera l'amortissement des vibrations et on admettra que la célérité c des vibrations transversales le long d'une corde tendue est donnée en fonction de F , tension de la corde, et μ , masse de la corde par unité de longueur, par la relation

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Ces deux exercices sont extraits de problèmes proposés au baccalauréat.

La corde C est tendue par une tension constante, F , entre l'extrémité A de la branche du diapason D et un point O fixe.

Pour une valeur convenable de la longueur $OA = l$, il se forme un système d'ondes stationnaires stables entre A et O , ces deux points étant alors des nœuds de vibration.

1° Définir la longueur d'onde λ de la vibration transversale se propageant le long de la corde.

2° Expliquer le phénomène d'ondes stationnaires et calculer l'élongation $y_M(t)$ d'un point M situé à la distance x de O à l'instant t .

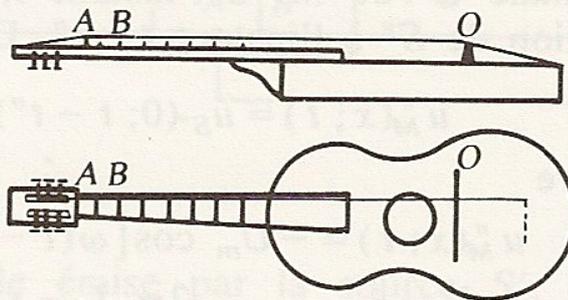
3° Préciser la position des nœuds et des ventres de vibration de la corde.

4° *Application numérique :*

a) Calculer la longueur d'onde λ pour une tension $F = 76 \text{ N}$.

b) Quel est l'aspect de la corde pour $l = 68 \text{ cm}$?

La corde C est à présent tendue entre les deux chevalets A et O de la guitare G sous une tension F réglable. Sur le manche de cette guitare sont fixés d'autres chevalets B , C , D parallèles aux deux premiers A et O mais légèrement moins hauts que ceux-ci pour ne pas toucher la corde ainsi tendue (fig. ci-dessous).



On admettra que le fait de gratter la corde provoque le long de celle-ci une vibration de fréquence f pour laquelle un fuseau stable se forme entre les deux nœuds de vibration A et O .

1° Pour accorder sa guitare, le guitariste ajuste la tension de la corde à $F = 76 \text{ N}$. Calculer la fréquence f_1 de la vibration produite lorsqu'il gratte la corde AO .

Quelle note percevra-t-il pour $OA = l_1 = 68 \text{ cm}$?

2° Avec un doigt de la main gauche, le guitariste appuie sur la corde entre A et B de façon à amener la corde au contact de B . La tension F n'est pas modifiée, mais la corde vibre maintenant entre O et B .

Quelle doit être la longueur AB séparant les deux chevalets A et B pour que le guitariste perçoive la note fa en grattant la corde de la main droite.

Applications numériques :

notes	do	ré	mi	fa	sol	la	si
fréquence f (Hz)	262	294	330	350	392	440	493

Problème 4 (bonus): Electron dans une boîte à une dimension (atome simplifié)

Note : La question 6) est plus délicate, en dehors du programme officiel certainement !

On considère un électron dans une boîte unidimensionnelle de dimension $a = 0,2 \text{ nm}$, ordre de grandeur d'un atome.

1) Déterminer les trois premiers niveaux d'énergie, en eV, de l'électron dans la boîte.

La fonction d'onde de l'électron dans la boîte s'écrit $\Psi(x) = C \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$ où n est un entier qui indique l'état quantique de l'électron. Dans la suite, on s'intéresse à l'état fondamental de l'électron, on prendra $n = 1$.

2) Quelle interprétation physique donne-t-on à $|\Psi(x)|^2$? Tracer son allure en fonction de x pour $0 \leq x \leq a$.

3) Déterminer la valeur de C . Donnée : $\sin^2 b = \frac{1 - \cos 2b}{2}$.

4) Où l'électron a-t-il le plus de chance de se trouver ?

5) Quelle est la probabilité de trouver l'électron entre $x = 0,50a$ et $x = 0,51a$?

Aide : l'intervalle étant faible, on peut grandement simplifier le calcul de l'intégrale.

6) Si l'on détermine expérimentalement un très grand nombre de fois la position de l'électron dans la boîte, en moyenne quelle va être sa position ?

Aide Utiliser la relation trigonométrique de la question 3) et faire une intégration par partie :

$$\int_c^d u(x)v'(x)dx = \left[u(x)v(x) \right]_c^d - \int_c^d u'(x)v(x)dx$$

Données: $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$; $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

