

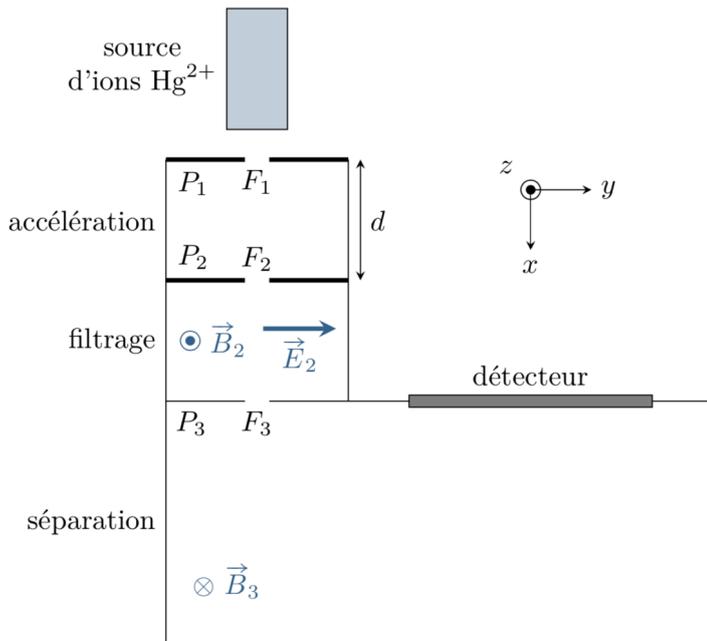
Mécanique, Induction

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1 : Spectromètre de masse

(source : http://www.etienne-thibierge.fr/revisions-ptsi_2022/R06_charges-planetes_enonce.pdf)



Un spectromètre de masse est un appareil qui permet de mesurer la masse ou la charge d'un ion (plus précisément le rapport entre les deux). De nombreuses technologies de spectromètre de masse existent : nous étudions ici le principe d'un spectromètre dit « à secteur magnétique ».

Dans le dispositif étudié ici, une source émet des ions mercure $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$. Les deux ions ont la même charge, mais leur masse diffère : c'est donc elle que le spectromètre permet de déterminer. Ces ions entrent dans le spectromètre de masse par la fente F₁. Le spectromètre se compose de trois étages d'accélération, filtrage en vitesse puis séparation des ions. Une barrette de capteurs de charge est placée dans la chambre de séparation. On mesure ainsi la charge ayant impacté chaque point du détecteur en fonction de son abscisse y.

Par convention, on note sans indice les grandeurs relatives à un ion quelconque et on l'indice par le nombre de masse lorsqu'il est important pour les valeurs numériques : par exemple m (pour un calcul littéral) et m_{200} ou m_{202} pour les applications numériques.

A - Accélération des ions

Un ion mercure, de masse m et charge $2e$ entre dans le spectromètre par la fente F₁. On néglige sa vitesse initiale. Une tension U appliquée entre les plaques P₁ et P₂ séparées de d permet de l'accélérer jusqu'à la fente F₂.

- 1 - Quelle doit être la plaque de potentiel le plus élevé pour que l'ion soit effectivement accéléré ?
- 2 - Établir l'expression littérale de la vitesse v de l'ion lorsqu'il atteint la plaque P₂.
- 3 - On trouve numériquement des vitesses valant $1,38 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $1,39 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pourquoi pouvait-on s'attendre à un écart aussi faible ?

B - Filtrage en vitesse

Comme l'hypothèse de vitesse initiale nulle en F₁ est difficile à réaliser en pratique, la vitesse des ions en F₂ présente une certaine dispersion. Pour améliorer la précision de l'appareil, un filtrage en vitesse est alors réalisé. Le dispositif est réglé tel que, dans la chambre de filtrage située entre P₂ et P₃, il règne un champ électromagnétique uniforme composé d'un champ électrique $\vec{E}_2 = E_2 \vec{e}_y$ et d'un champ magnétique $\vec{B}_2 = B_2 \vec{e}_z$. On suit un ion qui traverse la plaque P₂ par la fente F₂ avec une vitesse $\vec{v} = v \vec{e}_x$.

- 4 - À quelle condition sur les forces qu'il subit l'ion peut-il avoir un mouvement rectiligne l'amenant de F₂ à F₃ ?
- 5 - En déduire que seuls les ions de vitesse $v = v_0 = E_2/B_2$ parviennent en F₃.
- 6 - Numériquement, $v_0 = 1,38 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. En déduire quel isotope du mercure parvient en F₃ avec ces réglages.

C - Séparation des ions

Pour mesurer la composition isotopique du mercure, on règle la valeur de E_2 pour permettre le passage de l'isotope 200 pendant une minute puis on change sa valeur pour que l'isotope 202 passe pendant une minute. La valeur de B_2 reste constante tout au long de l'opération.

Une fois sorti de la zone de filtrage par la fente F_3 avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$, l'ion pénètre dans une région où il ne règne qu'un champ magnétique uniforme $\vec{B}_3 = -B_3 \vec{e}_z$ valant 200 mT. Ce champ magnétique donne à l'ion une trajectoire qu'on admet être circulaire, et après avoir parcouru un demi tour il atteint le détecteur en un point d'abscisse y .

7 - Montrer que le mouvement de l'ion dans cette région est uniforme.

8 - Déterminer littéralement le rayon R de la trajectoire de l'ion.

9 - Numériquement, on trouve respectivement 71,8 cm et 72,5 cm pour les deux isotopes. En déduire les abscisses y_{200} et y_{202} des points d'impact de chaque type d'ion sur le détecteur, l'origine $y = 0$ étant prise au centre de la fente F_3 .

10 - Les charges totales accumulées valent respectivement $Q_1 = 3,85 \cdot 10^{-8}$ C pour la plus petite valeur de y et $Q_2 = 1,15 \cdot 10^{-8}$ C pour la plus élevée. En déduire la composition isotopique des ions émis par la source.

Problème 1 : Plaque de cuisson à induction

(source : http://www.etienne-thibierge.fr/cours_induction_2018/td_i2_phen-induction.pdf)

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault.

Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18$ m Ω et d'auto-inductance $L_1 = 30$ μ H. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de pulsation ω . Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8,3$ m Ω et une auto-inductance $L_2 = 0,24$ μ H. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2$ μ H.

1 - En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.

2 - En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{I}_2 / \underline{I}_1$.

3 - En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e = \underline{V}_1 / \underline{I}_1$ du système.

4 - La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2 . Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.

5 - On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant appelé par l'inducteur.

Problème 3 : Résonance en vitesse

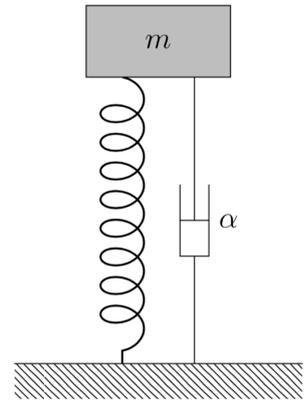
(source : <https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-vernet/download?id=957>)

✓ Utiliser la représentation complexe pour étudier le régime forcé.

Lorsqu'un moteur de compresseur fonctionne, il est à l'origine de vibrations périodiques qui peuvent entraîner des déplacements importants du châssis. Pour minimiser ce phénomène, il est nécessaire de prévoir un système de suspension et d'amortissement.

On assimile le moteur à un point matériel de masse m posé sur l'association d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 avec un amortisseur exerçant une force de freinage $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ avec \vec{v} la vitesse du moteur et α une constante positive.

Pour exprimer la position du moteur $z(t)$, on choisit un axe vertical (Oz) ascendant dont l'origine est à la position d'équilibre de la masse m .



Q1. Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre lorsque le moteur ne fonctionne pas.

En fonctionnement, tout se passe comme si une force supplémentaire $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$ agissait sur le moteur.

Q2. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $z(t)$ lorsque le moteur fonctionne.

Q3. On cherche pour la vitesse une solution de la forme $v(t) = \frac{dv}{dt}(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi)$.

Établir l'équation vérifiée par l'amplitude complexe de la vitesse $\underline{V} = V_0 e^{j\phi}$.

Q4. Exprimer V_0 en fonction de ω et des paramètres $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\frac{F_0}{m}$.

Q5. Tracer l'allure de $V_0(\omega)$.

Q6. La pulsation vaut $\omega = 628 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et le moteur a une masse $m = 10 \text{ kg}$. On dispose de deux ressorts de raideur respective $k_1 = 4,0 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et $k_2 = 1,0 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Lequel faut-il choisir ?