

## Optique géométrique et chimie

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

### Problème : Partie optique d'une cinémomètre ( Extrait de la banque PT 2018, épreuve d'Informatique et Modélisation de Systèmes Physiques)

# Analyse d'un 100 m à l'aide d'un cinémomètre à effet Doppler-Fizeau

## 1. Introduction

Le *100 m* est une épreuve d'athlétisme consistant à courir sur une distance de 100 m en ligne droite en une durée la plus faible possible. A très haut niveau, il est couru en moins de 10 secondes pour les hommes et 11 secondes pour les femmes. Le record du monde est actuellement détenu par l'athlète jamaïcain Usain Bolt, qui l'a couru en 9,58 secondes aux Jeux Olympiques de Berlin en 2009.

Un *cinémomètre* est un appareil capable de mesurer la vitesse relative d'une cible ("*relative*" signifiant ici "*dans un référentiel lié à l'appareil*"). Le plus souvent, la mesure est réalisée à distance par émission d'ondes électromagnétiques qui se réfléchissent sur la cible et frappent un récepteur. Il existe deux façons d'exploiter ce phénomène pour identifier la vitesse relative de la cible :

- soit en mesurant le délai entre émission et réception, et donc la distance appareil-cible (télémétrie), à intervalles de temps réguliers,
- soit en mesurant l'écart des fréquences respectives des ondes émises et reçues (effet Doppler-Fizeau).

Etant données la configuration rectiligne de la piste (Figure 1) et la faible durée d'une course, le 100 m se prête bien à l'utilisation d'un tel appareil pour analyser les performances des coureurs. Ainsi, au cours de la dernière décennie, plusieurs épreuves prestigieuses de 100 m ont fait l'objet de mesures cinémométriques.

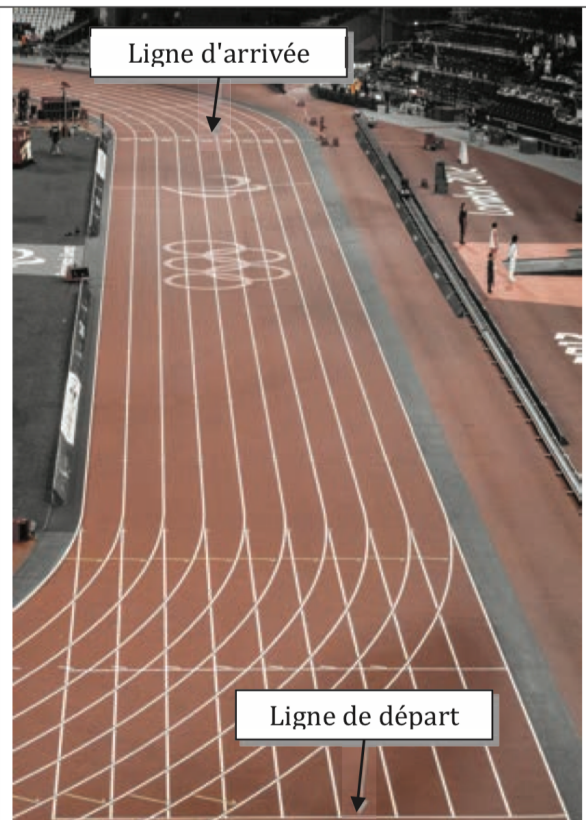


Figure 1 : une piste olympique de 100 m

Ce sujet traite de l'utilisation d'un cinémomètre à effet Doppler-Fizeau pour analyser les performances d'athlètes courant un 100 m. L'étude se décompose en deux parties indépendantes :

- dans une première partie, on modélise le cinémomètre (durée conseillée : 1h30) ;
- dans une seconde partie, on propose des algorithmes visant à exploiter les mesures du cinémomètre pour analyser les performances de la course et traiter les résultats obtenus (durée conseillée : 2h30).

## 2. Modélisation du cinémomètre

Le cinémomètre est constitué de deux sous-ensembles (Figure 2) :

- un *dispositif optique*, identique à celui d'une paire de jumelles courantes, dont la fonction est de permettre à l'opérateur de viser la cible ;
- et un *dispositif de mesure*, constitué d'un émetteur laser, d'un récepteur laser et d'une chaîne de traitement du signal, dont la fonction est de déterminer la vitesse de la cible.

Cette partie a pour objectif d'estimer les performances de ces sous-ensembles en modélisant successivement :

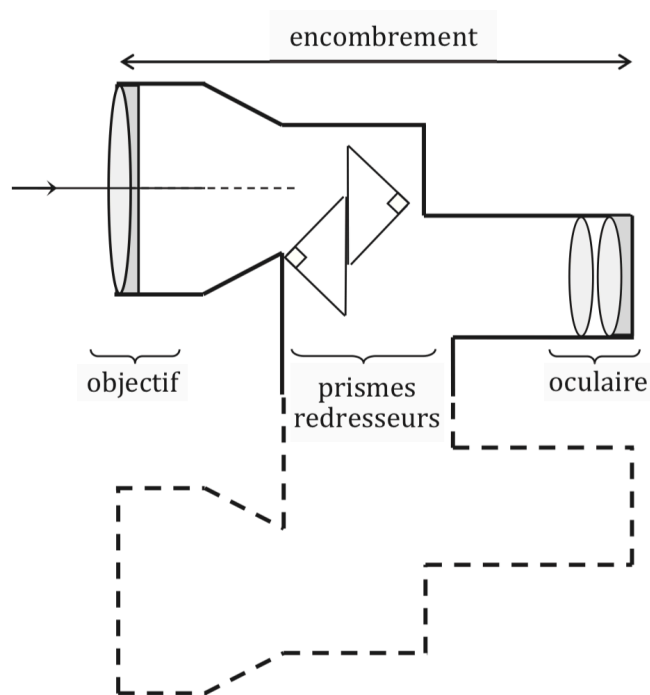
- la partie optique,
- la réflexion de l'onde laser sur une cible en mouvement,
- et le traitement du signal reçu par le récepteur laser pour en déduire la vitesse de la cible.



Figure 2 : le cinémomètre laser

### 2.1. Modélisation de la partie optique (12% du barème total)

La partie optique du cinémomètre permet à l'opérateur de viser l'athlète dont il souhaite mesurer la vitesse. Elle est identique à une paire de jumelles classiques. Un schéma en coupe, limité à un seul ensemble objectif+oculaire (l'autre est identique) et accompagné de données numériques, est fourni Figure 3.



Caractéristiques optiques du cinémomètre	
Grossissement	$\times 7,0$
Focale de l'oculaire	25 mm
Longueur de l'hypoténuse des prismes	10 mm
Encombrement	17 cm
Indice de réfraction des prismes	1,5

Figure 3 : coupe de la partie optique des jumelles

L'objectif de cette partie est de :

- déterminer la longueur focale compatible avec le grossissement choisi,
- et justifier la présence des prismes redresseurs.

### 2.1.1. Détermination de la longueur focale

Dans un premier temps, on ne tient pas compte des prismes. On modélise l'optique des jumelles par deux lentilles convergentes  $L_{ob}$  et  $L_{oc}$  de distances focales respectives  $f_{ob}'$  et  $f_{oc}'$  et de centres optiques respectifs  $O_{ob}$  et  $O_{oc}$ . La modélisation correspondante est donnée **Figure 4**.



Figure 4 : modélisation des groupes de lentilles

Q. 1. L'objectif et l'oculaire forment un système afocal.

- Qu'est-ce qu'un système afocal ?
- Quel est l'intérêt d'un tel système pour un être humain ?
- Représenter le trajet d'un faisceau lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle  $\alpha$  orienté par rapport à l'axe optique. On notera  $\alpha'$  l'angle orienté entre le faisceau émergent de l'oculaire et l'axe optique.

### 2.1.2. Intérêt des prismes redresseurs

Entre les deux groupes de lentilles se trouve un dispositif composé de deux prismes droits, rectangles, isocèles, d'indice de réfraction  $n$  (voir **Figure 3**).

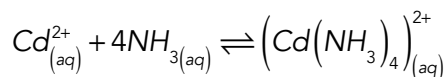
- Q. 3.
- Tracer le cheminement du rayon arrivant sous incidence normale sur le premier prisme puis déterminer la valeur minimale de l'indice de réfraction des prismes.
  - Démontrer que la distance parcourue par le rayon lumineux dans un prisme est égale à la longueur  $h$  de l'hypoténuse.
  - Exprimer le chemin optique parcouru par ce rayon dans ces deux prismes accolés en fonction de  $n$  et  $h$ .
  - Retrouver la valeur de l'encombrement donné dans l'énoncé.
  - Quel est l'intérêt des prismes redresseurs ?

## Exercice 1: Réaction totale ou non

---

On considère à 298 K, un bécher contenant 20 mL d'ammoniaque de concentration  $C_1 = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$  dans lequel on ajoute 20 mL d'une solution d'ions  $C_d^{2+}$  à la concentration  $C_2 = 0,010 \text{ mol.L}^{-1}$ .

On précise l'équation-bilan suivante et la constante d'équilibre correspondante ( $K = 10^7$  à 298 K)



La molécule ionique  $(Cd(NH_3)_4)^{2+}$  s'appelle un complexe (pas de rapport avec les nombres complexes en mathématiques !)

- Dresser le tableau d'avancement en concentration.
- Ecrire l'expression de  $K$  à 298 K en fonction des activités, puis de l'avancement en concentration et des données.
- En faisant la ou les hypothèses nécessaires, déterminer toutes les concentrations à l'équilibre

## Exercice 2: Equilibre en phase gazeuse

L'oxyde de diazote, appelé familièrement « gaz hilarant », a été utilisé comme anesthésique en dentisterie en 1844. Supposez que vous soyez un chimiste qui essaie de préparer  $\text{N}_2\text{O}$  à partir de  $\text{N}_2$  et de  $\text{O}_2$  ; vous pourriez vouloir connaître la composition à l'équilibre prévue. Vous planifiez de transférer un mélange de 0,482 mol de  $\text{N}_2$  et de 0,933 mol de  $\text{O}_2$  dans un réacteur d'un volume de 10,0 L, où il formera  $\text{N}_2\text{O}$  à 800. K ; à cette température,  $K = 3,2 \times 10^{-28}$  pour la réaction  $2 \text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2 \text{N}_2\text{O}(\text{g})$ . Calculez les pressions partielles des gaz dans le mélange à l'équilibre.

**Note :** Il faudra faire une hypothèse de « chimiste » adéquate et la justifier pour calculer les pressions partielles à l'équilibre ; ne pas faire la résolution d'une équation algébrique d'ordre 2 !!!

## Bonnes vacances



Les belles couleurs d'automne en Belledonne au dessus de la cascade de l'Oursière