Circuits électriques, optique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.

Problème : Fibre Optique

1. Propagation dans un milieu stratifié

On considère un milieu transparent et isotrope formé de couches homogènes séparées par des dioptres plans parallèles.

Un rayon lumineux $\mathcal{R}$, se propageant dans ce milieu, fait avec Oy la normale commune aux dioptres, un angle i_p dans la $p^{\text{ième}}$ couche dont l'indice est n_p (Fig. 34).

a) Montrer que la trajectoire du rayon $\mathcal{R}$ est plane.

b) Écrire la relation liant n_p, n_{p+1}, i_p et i_{p+1}, et en déduire un invariant de la propagation.

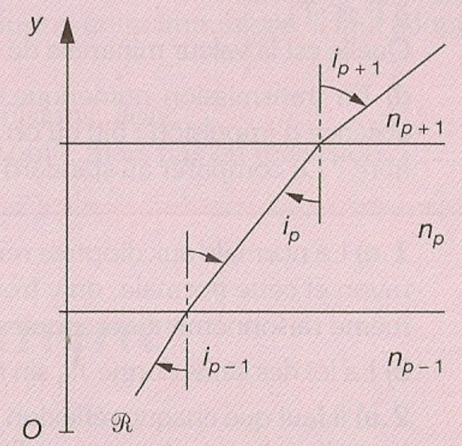

Figure 34

2. Fibre à saut d'indice

Une fibre optique cylindrique d'axe Ox est constituée d'un cœur transparent, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_1, entouré d'une gaine, elle aussi transparente, homogène et isotrope, dont l'indice de réfraction n_2 est inférieur à n_1 (Fig. 35). On désigne par R le rayon du cœur.

Soit un rayon lumineux $\mathcal{R}$ situé dans un plan contenant l'axe Ox.

a) Montrer que $\mathcal{R}$ ne peut se propager à l'intérieur de la fibre que si l'angle d'incidence i (Fig. 35) est supérieur à un angle i_0 que l'on déterminera en fonction de n_1 et n_2.

Préciser les caractéristiques géométriques du rayon $\mathcal{R}$.

b) La face d'entrée (ε) de la fibre est plane et normale à l'axe Ox. On désigne par θ l'angle que fait dans l'air (d'indice n_0) le rayon $\mathcal{R}$ avec la normale à (ε).

Déterminer en fonction de n_1, n_2 et n_0, l'angle θ_0 correspondant à i_0.

On donne : $n_0 = 1{,}00$, $n_1 = 1{,}50$ et $\dfrac{n_2}{n_1} = 0{,}99$.

Calculer i_0 et θ_0.

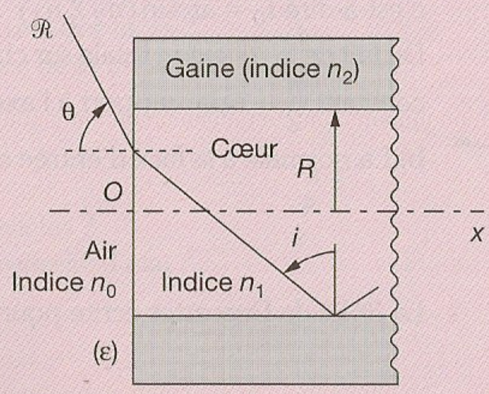

Figure 35

c) On appelle ouverture numérique (O.N.) du guide la quantité O.N. $= n_0 \sin \theta_0$. Exprimer O.N. en fonction de n_1 et n_2.

d) Calculer θ_0 et O.N. pour une fibre d'indices $n_1 = 1{,}456$ (silice) et $n_2 = 1{,}410$ (silicone). Quelle serait la valeur de ces grandeurs pour un guide à base d'arséniure de gallium pour lequel $n_1 = 3{,}9$ et $n_2 = 3{,}0$? Commentaires.

e) L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion par le matériau constitutif du cœur et par ses impuretés (Fe^{2+}, Cu^{2+}, OH^-). Elle se mesure en décibels par km : $A_{\text{dB/km}} = \dfrac{10}{\ell_{(\text{km})}} \log_{10}\left(\dfrac{\phi_1}{\phi_2}\right)$ où ϕ_1 et ϕ_2 désignent les flux lumineux dans les plans de front successifs 1 et 2 distants de ℓ.

On parvient couramment à réaliser des fibres dans lesquelles le flux, après un parcours de 50 km, représente 10 % du flux incident. Calculer l'atténuation de telles fibres.

3. Transmission optique par fibre

Deux grands problèmes se posent lorsque l'on veut transmettre des signaux lumineux dans les fibres : l'atténuation (*voir* **2.e**) de l'impulsion qui se propage et son élargissement temporel.

On considère la fibre étudiée en **2.** et on suppose que la lumière incidente qui véhicule le signal définit un cône convergent de sommet O et de demi-angle θ_0.

a) Calculer la différence $\delta\tau_{\max}$ des durées extrémales de propagation dans le cœur en fonction de la longueur L de la fibre, des indices n_1 et n_2 et de c (vitesse de la lumière dans le vide).

b) Calculer la différence $\delta\tau_{\max}$ pour $L = 1$ km, $n_1 = 1{,}456$ et $n_2 = 1{,}410$. On prendra $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

c) On envoie à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses très brèves de durée δT avec une période T (on suppose $\delta T \ll T$).

Quelle est la valeur minimale de T pour que les impulsions soient séparées à la sortie ?

d) En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum d'éléments binaires (présence ou absence d'impulsion : bit) qu'on peut transmettre par seconde. Que vaut le débit en b/s (bits par seconde) de cette fibre ? Le comparer au standard téléphone Numéris (64 kb/s) et au standard télévision (100 Mb/s).

Exercice 1 : Circuit LR en régime transitoire

Circuit LR en régime transitoire

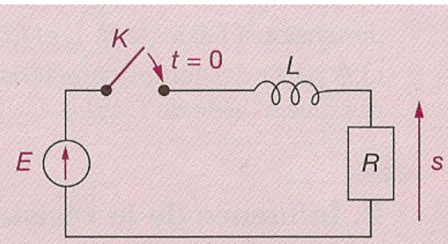

Figure 20

On considère une source de tension caractéristique E connectée à un dipôle LR par un interrupteur K (Fig. 20). Pour les temps t négatifs, l'interrupteur est ouvert, il se ferme à l'instant $t = 0$.

a) Sans résoudre l'équation différentielle, déterminer la valeur finale de la tension de sortie s mesurée aux bornes de R.

b) Écrire et résoudre l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité du courant dans la maille en précisant quelle grandeur se conserve au temps $t = 0$. On introduira la constante de temps $\tau = L / R$.

c) En déduire l'évolution de la tension s, représenter l'allure de $s(t)$.

d) En travaux pratiques, on cherche à mesurer la constante de temps τ à partir de la réponse $s(t)$ relevée à l'oscilloscope. Déterminer $(\mathrm{d}s / \mathrm{d}t)_{t=0}$, quel lien a cette valeur de dérivée avec la tangente au graphe de $s(t)$ au temps $t = 0$?

e) On définit le temps de montée à 5 %, correspondant à l'instant auquel la tension de sortie ne diffère que de 5 % de la valeur finale. Exprimer ce temps t_m en fonction de τ.

Exercice 2 : Pont de mesure de Wheatsone

Soit le dispositif de la figure 50 appelé pont de Wheatstone, on dit que le pont est à l'équilibre, lorsque le courant mesuré par l'ampèremètre très sensible G (équivalent du point de vue électrique à une résistance r) est nul.

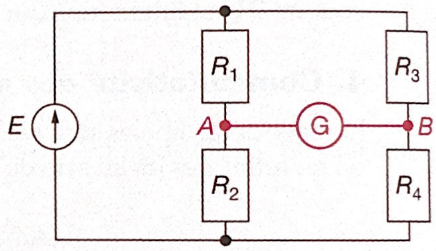

Figure 50

a) Déterminer la tension à vide du générateur de Thévenin équivalent, entre les bornes A et B, à l'association de la source de tension E et du pont de résistances.

b) Montrer que le courant dans l'ampèremètre est nul lorsque les résistances R_1 à R_4 vérifient une relation à préciser. Cette propriété dépend-elle de la valeur de E ? de celle de r ?

c) On dispose de résistances de valeur fixe et précise R_0 et d'une résistance variable R_m, de valeur réglable et connue avec précision.

Proposer une démarche permettant de mesurer la résistance R_x d'un dipôle résistif.