

**Circuit électrique et Oxydoréduction**

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

**Problème 1 : Sujet extrait du concours CCP filière TSI : L'exploration martienne**

Au cours du siècle dernier, de très nombreux auteurs de science-fiction ont écrit autour de l'exploration de la planète Mars et de ce que nous pourrions y découvrir.

C'est certainement un jour au cours de ce siècle, que l'homme foulera le sol martien comme Neil Armstrong l'a fait pour la Lune le 21 juillet 1969.

Dans l'attente de ce grand jour, ce sont des robots qui nous précèdent.

Lancé depuis la Terre le 30 juillet 2020 grâce à un lanceur Atlas V, le rover Perseverance a atterri sur la planète Mars le 18 février 2021. Le site d'atterrissage, le cratère Jezero, est une zone présentant une grande diversité géologique et ayant abrité un lac il y a environ 3,6 milliards d'années. Un des enjeux de cette mission est le prélèvement d'échantillons destinés à être analysés sur Terre afin de déceler d'éventuelles traces d'une vie passée.

**Partie 1 : La communication**

Les rovers peuvent communiquer directement avec la Terre via deux antennes à 8 GHz mais aussi avec les sondes orbitales, appelées orbiters et situées à 400 km en orbite autour de Mars. Ces sondes orbitales transmettent les données reçues à la Terre lorsque celle-ci est dans le champ de leur antenne. Ainsi, les rovers économisent de l'énergie.

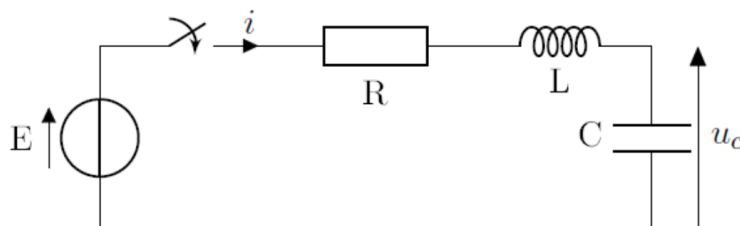
Bien que la technologie ait évolué considérablement dans ce domaine, historiquement, l'émission et la réception d'ondes ont été possibles grâce à l'association de simples dipôles passifs.

Avant transmission des signaux, il est nécessaire d'étudier l'alimentation de l'antenne émettrice. Même si les circuits utilisés dans la réalité sont plus élaborés, historiquement, on a pu obtenir un courant oscillant grâce à un circuit comprenant une bobine et un condensateur. La tension aux bornes de ce dernier pourra alimenter une antenne émettrice. C'est dans ce contexte que nous étudierons ces dipôles.

On considère ici un circuit RLC schématisé en **figure 1**. Le condensateur est initialement déchargé et le circuit est alimenté par une source de tension continue notée  $E$ .

On considérera les valeurs suivantes :  $R = 2,0 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \text{ nF}$  et  $L = 40 \text{ mH}$ .

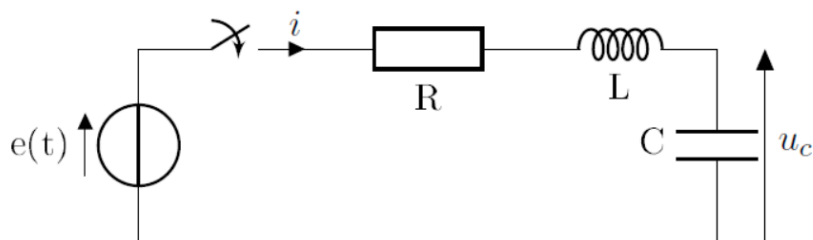
À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur.



**Figure 1** - Circuit RLC alimenté par une tension continue

- Q16.** Déterminer la tension aux bornes du condensateur  $u_c(0^+)$  et l'intensité dans le circuit  $i(0^+)$  juste après la fermeture de l'interrupteur. Justifier.
- Q17.** Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur  $u_c(t)$ .
- Q18.** En écrivant cette équation sous la forme canonique :  $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = \omega_0^2 E$ , en déduire l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$ .
- Q19.** Déterminer la valeur de la fréquence propre  $f_0$ . Faire l'application numérique à un chiffre significatif (faire l'approximation  $\pi \approx 3$ ).
- Q20.** Déterminer la valeur du facteur de qualité  $Q$ . Préciser le régime d'oscillation associé à cette valeur.

On remplace la source de tension continue par une source de tension sinusoïdale  $e(t) = E \cos(\omega t)$  où  $\omega$  désigne la pulsation.



**Figure 2** - Circuit RLC alimenté par une tension variable

- Q21.** déterminer l'expression de l'impédance équivalente  $Z_{eq}$  à l'association en série des trois dipôles R, L et C.
- Q22.** Sachant que l'intensité dans le circuit s'écrit  $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$  où  $\varphi$  désigne la phase à l'origine, donner l'écriture complexe de la tension aux bornes du générateur  $\underline{e}$  et de l'intensité dans le circuit  $\underline{i}$  (Ce qui correspond aux amplitudes complexes du cours).
- Q23.** Déterminer, grâce aux questions précédentes, l'expression de l'amplitude de l'intensité  $I$  en fonction de  $E$ , R, L, C et de  $\omega$ .
- Q24.** En déduire l'expression de la fréquence d'oscillation pour laquelle l'amplitude de l'intensité  $I$  qui alimente l'antenne sera maximale. Donner alors l'expression de cette intensité maximale  $I_{max}$  en fonction de  $E$  et de R.
- Q25.** Tracez l'allure de  $I$  en fonction de  $\omega$ . Pour cela, faites une étude sommaire de  $I(\omega)$ .

Mars Oxygen ISRU Experiment, littéralement " expérience d'utilisation *in situ* des ressources en oxygène de Mars ", ou MOXIE, est un instrument du rover Perseverance. Il est destiné à démontrer la faisabilité de la production de dioxygène sur Mars par électrolyse à oxyde solide, appelée SOEC en anglais, du dioxyde de carbone qui constitue 95 % de l'atmosphère martienne. Le 20 avril 2021, MOXIE a produit un total de 5,4 g de dioxygène en une heure, ce qui peut permettre à un astronaute de respirer normalement pendant une dizaine de minutes. MOXIE aspire, compresse et chauffe les gaz atmosphériques martiens au travers d'un filtre, d'un compresseur à spirale et d'éléments chauffants isolés thermiquement, puis scinde le dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  en dioxygène  $\text{O}_2$  et monoxyde de carbone  $\text{CO}$  par électrolyse à oxyde solide.

Une SOEC présente le fonctionnement inverse d'une pile à combustible à oxyde solide, appelée SOFC. Nous commencerons par l'étude d'une pile électrochimique classique pour comprendre le principe de fonctionnement de la pile à combustible, puis du module d'électrolyse MOXIE.

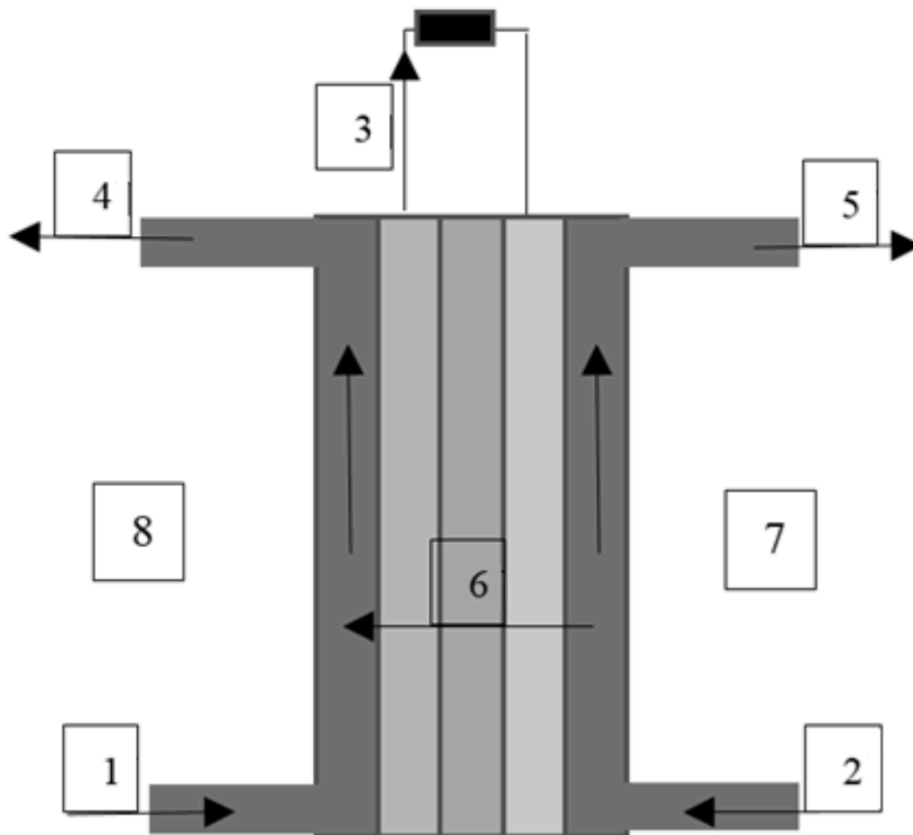
La pile classique considérée est constituée de demi-piles séparées par un pont salin : une électrode de zinc solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions  $\text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})}$  et une électrode de cuivre solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions  $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ .

- Q52.** Réaliser un schéma de la pile électrochimique classique précédente.
- Q53.** Écrire les demi-équations se produisant à l'anode et à la cathode en précisant à chaque fois s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction.
- Q54.** Indiquer le sens de circulation et la nature des porteurs de charge dans les fils électriques.
- Q55.** Quelle est la nature des porteurs de charge dans le pont salin ? Préciser le rôle de ce pont.

La pile à combustible considérée est alimentée en dihydrogène gazeux  $\text{H}_{2(\text{g})}$  et dioxygène gazeux  $\text{O}_{2(\text{g})}$ . Les couples oxydo-réducteurs sont :  $\text{H}^{+}_{(\text{aq})}/\text{H}_{2(\text{g})}$  et  $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$ . Le cœur de la pile est composé de deux électrodes, l'anode et la cathode, séparées par un électrolyte.

- Q56.** Le réactif oxydé est appelé le combustible de la pile. Parmi les espèces chimiques présentes dans les couples, laquelle constitue le combustible ?
- Q57.** Écrire les deux demi-équations d'oxydoréduction.
- Q58.** Écrire les formules de Nernst associées à ces deux couples (on considérera un fonctionnement à la température ambiante de 298 K).
- Q59.** Déterminer l'expression de la force électromotrice de cette pile.

Une variante de la pile à combustible étudiée ci-dessus est une pile à oxydes solides (SOFC en anglais), dans laquelle les ions oxyde  $\text{O}^{2-}$  migrent de la cathode alimentée en air vers l'anode alimentée en dihydrogène et où l'eau est produite. Une telle pile à combustible de type SOFC utilise comme oxyde solide la zircone stabilisée à l'yttrium (YSZ en anglais) correspondant à une substitution partielle d'ion zirconium par des ions yttrium dans l'oxyde  $\text{ZrO}_2$ .



**Figure 3 - Schéma de la pile à combustible SOFC**

**Q60.** Établir la correspondance entre les huit numéros du schéma de la **figure 3** et la liste suivante :  $H_{2(g)}$ , air (dont  $O_{2(g)}$ ),  $O^{2-}$ , électrons, anode, cathode,  $H_2O_{(l)}+H_{2(g)}$ , air appauvri.

**Q61.** La cathode constitue-t-elle le pôle positif ou négatif ? Justifier.

Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

**Q62.** En considérant le dihydrogène comme un gaz parfait, calculer la quantité de matière de dihydrogène correspondant à cette masse, puis le volume occupé par cette quantité de gaz à 20 °C sous pression atmosphérique ( $p_{atm} = 1,0 \cdot 10^5$  Pa). Commenter la valeur obtenue.

Données :

Constante de Faraday :  $9,65 \cdot 10^4$  C

Constante de Planck :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s

Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31$  J·mol<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>

Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup>

1 eV =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  J

Échelles de température :  $T(K) = t(^{\circ}C) + 273$

Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>

Masse volumique moyenne de l'atmosphère terrestre :  $\rho = 1,29$  kg·m<sup>-3</sup>

Masse molaire de l'hydrogène :  $M(H) = 1,0$  g·mol<sup>-1</sup>

Masse molaire du carbone :  $M(C) = 12$  g·mol<sup>-1</sup>

Masse molaire de l'oxygène :  $M(O) = 16$  g·mol<sup>-1</sup>

Potentiels standards :  $E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn_{(s)}) = -0,76$  V       $E^{\circ}(Cu^{2+}/Cu_{(s)}) = 0,34$  V

On rappelle que pour un gaz parfait :  $PV = nRT$ .

## Problème 2 : Etude de l'acquisition du signal RMN (Extrait Banque commune Ecole Polytechnique - Inter ENS)

### III.1. Circuit de détection

La bobine de détection du champ magnétique créé par les protons (II.4), d'auto-inductance  $L$  et de résistance  $r$ , fait partie d'un circuit de filtrage des signaux, modélisé ici par un circuit de type « RLC série » (Figure 3).

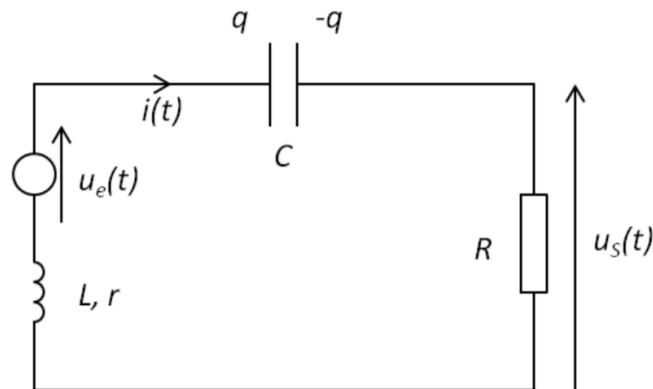


Figure 3. Schéma électrique du circuit de détection

On note  $C$  la capacité du condensateur,  $R$  la résistance d'entrée d'un « détecteur en quadrature » qui ne sera pas étudié ici et on pourra noter  $R_{tot} = r + R$  la résistance totale du circuit série.

On étudie la réponse de ce filtre, en régime permanent sinusoïdal, à une excitation notée  $u_e(t) = E \cos(\omega t)$ ,  $\omega$  étant une pulsation quelconque. La tension de sortie est  $u_s(t)$ .

30) En étudiant rapidement les comportements limites aux basses et hautes fréquences, deviner quelle est la nature du filtre constitué par ce circuit.

31) Déterminer la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$  en fonction de  $R$ ,  $r$  (ou  $R_{tot}$ ),  $L$ ,  $C$  et  $\omega$ .

32) Montrer que  $\underline{H}(j\omega) = \frac{a}{1 + jb\left(s - \frac{1}{s}\right)}$  avec  $s = \omega\sqrt{LC}$ ,  $a = \frac{R}{R_{tot}}$  et où  $b$  est une constante à déterminer.

33) Etude du maximum de la fonction de transfert :

a) Quelle est la signification physique de  $|\underline{H}|$  ? Quelle est sa valeur maximale par rapport à  $\omega$  (notée  $H_{max}$  dans la suite) ?

b) Déterminer l'écart  $\Delta\omega$  entre les deux pulsations (dites « de coupure ») telles que  $H = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$ .

On caractérise l'acuité de ce filtre par le quotient  $Q = \frac{1}{\sqrt{LC}\Delta\omega}$ , nommé facteur de qualité du filtre (ou aussi coefficient de surtension propre).

c) Exprimer  $Q$  en fonction des valeurs des composants du circuit.

34) Le diagramme de Bode correspondant à la fonction  $\underline{H}(j\omega)$  est donné en Figure 4.

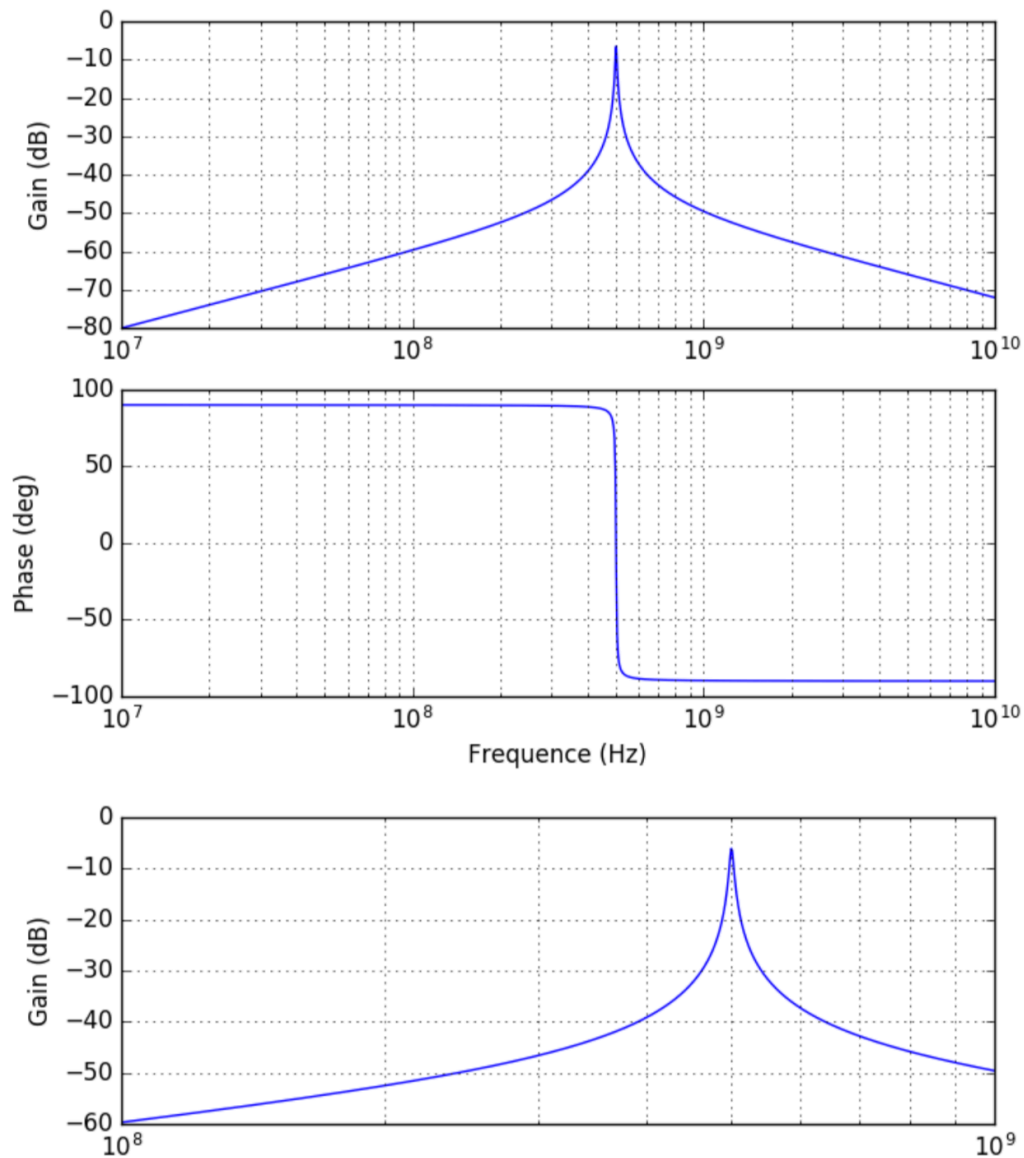


Figure 4. Diagramme de Bode (simulé) du circuit de détection, avec zoom du gain en dessous

- Interpréter le diagramme de Bode de ce circuit d'après la fonction de transfert obtenue précédemment.
- Quelle est la valeur de l'atténuation du gain (en dB) aux pulsations de coupure ?

Le circuit est dit accordable, ce qui signifie que l'on peut faire varier la capacité  $C$  du condensateur de telle sorte que l'on puisse atteindre l'égalité  $LC\omega_0^2 = 1$ ,  $\omega_0$  désignant encore la vitesse angulaire de précession des protons.

35) Expliquer l'intérêt de cette opération d'accord.

36) Expliquer qualitativement sur quel paramètre on peut jouer pour faire varier la capacité du condensateur.

37) Valeur des composants du modèle électrique :

- Si  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  vaut 500 MHz, que  $Q = 100$  et que  $R_{tot}$  est de l'ordre de l'ohm, calculer les valeurs de  $L$  et de  $C$ .
- Commenter ces résultats.