

Circuits électriques, optique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.

Problème : Fibre Optique

1. Propagation dans un milieu stratifié

On considère un milieu transparent et isotrope formé de couches homogènes séparées par des dioptries plans parallèles.

Un rayon lumineux \mathcal{R} , se propageant dans ce milieu, fait avec Oy la normale commune aux dioptries, un angle i_p dans la $p^{\text{ième}}$ couche dont l'indice est n_p (Fig. 34).

- a) Montrer que la trajectoire du rayon \mathcal{R} est plane.
- b) Écrire la relation liant n_p, n_{p+1}, i_p et i_{p+1} , et en déduire un invariant de la propagation.

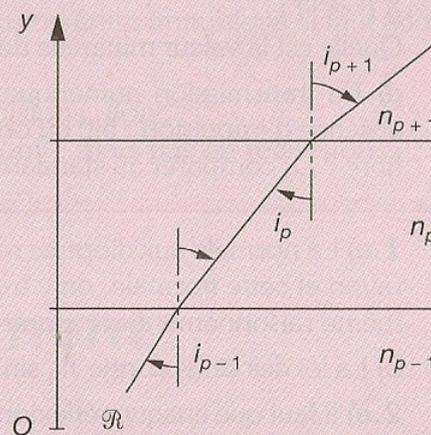


Figure 34

2. Fibre à saut d'indice

Une fibre optique cylindrique d'axe Ox est constituée d'un cœur transparent, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_1 , entouré d'une gaine, elle aussi transparente, homogène et isotrope, dont l'indice de réfraction n_2 est inférieur à n_1 (Fig. 35). On désigne par R le rayon du cœur.

Soit un rayon lumineux \mathcal{R} situé dans un plan contenant l'axe Ox .

- a) Montrer que \mathcal{R} ne peut se propager à l'intérieur de la fibre que si l'angle d'incidence i (Fig. 35) est supérieur à un angle i_0 que l'on déterminera en fonction de n_1 et n_2 .

Préciser les caractéristiques géométriques du rayon \mathcal{R} .

- b) La face d'entrée (ϵ) de la fibre est plane et normale à l'axe Ox . On désigne par θ l'angle que fait dans l'air (d'indice n_0) le rayon \mathcal{R} avec la normale à (ϵ) .

Déterminer en fonction de n_1, n_2 et n_0 , l'angle θ_0 correspondant à i_0 .

On donne : $n_0 = 1,00, n_1 = 1,50$ et $\frac{n_2}{n_1} = 0,99$.

Calculer i_0 et θ_0 .

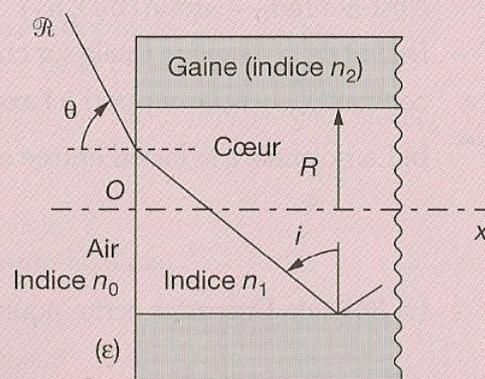


Figure 35

c) On appelle ouverture numérique (O.N.) du guide la quantité $O.N. = n_0 \sin \theta_0$. Exprimer O.N. en fonction de n_1 et n_2 .

d) Calculer θ_0 et O.N. pour une fibre d'indices $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone). Quelle serait la valeur de ces grandeurs pour un guide à base d'arséniure de gallium pour lequel $n_1 = 3,9$ et $n_2 = 3,0$? Commentaires.

e) L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion par le matériau constitutif du cœur et par ses impuretés (Fe^{2+} , Cu^{2+} , OH^-). Elle se mesure en décibels par km : $A_{dB/km} = \frac{10}{\ell_{(km)}} \log_{10} \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)$ où ϕ_1 et ϕ_2 désignent les flux lumineux dans les plans de front successifs 1 et 2 distants de ℓ .

On parvient couramment à réaliser des fibres dans lesquelles le flux, après un parcours de 50 km, représente 10 % du flux incident. Calculer l'atténuation de telles fibres.

3. Transmission optique par fibre

Deux grands problèmes se posent lorsque l'on veut transmettre des signaux lumineux dans les fibres : l'atténuation (voir 2.e) de l'impulsion qui se propage et son élargissement temporel.

On considère la fibre étudiée en 2. et on suppose que la lumière incidente qui véhicule le signal définit un cône convergent de sommet O et de demi-angle θ_0 .

a) Calculer la différence $\delta\tau_{max}$ des durées extrémales de propagation dans le cœur en fonction de la longueur L de la fibre, des indices n_1 et n_2 et de c (vitesse de la lumière dans le vide).

b) Calculer la différence $\delta\tau_{max}$ pour $L = 1$ km, $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$. On prendra $c = 3.10^8$ m.s⁻¹.

c) On envoie à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses très brèves de durée δT avec une période T (on suppose $\delta T \ll T$).

Quelle est la valeur minimale de T pour que les impulsions soient séparées à la sortie ?

d) En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum d'éléments binaires (présence ou absence d'impulsion : bit) qu'on peut transmettre par seconde. Que vaut le débit en b/s (bits par seconde) de cette fibre ? Le comparer au standard téléphone Numéris (64 kb/s) et au standard télévision (100 Mb/s).

Exercice 1 : Circuit LR en régime transitoire

Circuit LR en régime transitoire

On considère une source de tension caractéristique E connectée à un dipôle LR par un interrupteur K (Fig. 20). Pour les temps t négatifs, l'interrupteur est ouvert, il se ferme à l'instant $t = 0$.

a) Sans résoudre l'équation différentielle, déterminer la valeur finale de la tension de sortie s mesurée aux bornes de R .

b) Écrire et résoudre l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité du courant dans la maille en précisant quelle grandeur se conserve au temps $t = 0$. On introduira la constante de temps $\tau = L / R$.

c) En déduire l'évolution de la tension s , représenter l'allure de $s(t)$.

d) En travaux pratiques, on cherche à mesurer la constante de temps τ à partir de la réponse $s(t)$ relevée à l'oscilloscope. Déterminer $(ds/dt)_{t=0}$, quel lien a cette valeur de dérivée avec la tangente au graphe de $s(t)$ au temps $t = 0$?

e) On définit le temps de montée à 5 %, correspondant à l'instant auquel la tension de sortie ne diffère que de 5 % de la valeur finale. Exprimer ce temps t_m en fonction de τ .

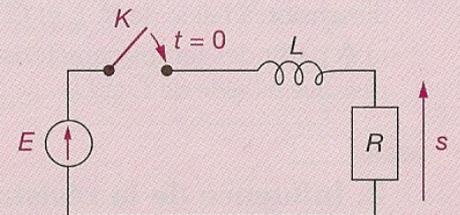


Figure 20

Exercice 2 : Pont de mesure de Wheatstone

3. Pont de mesure

Soit le dispositif de la figure 50 appelé pont de Wheatstone, on dit que le pont est à l'équilibre, lorsque le courant mesuré par l'ampèremètre très sensible G (équivalent du point de vue électrique à une résistance r) est nul.

a) Déterminer la tension à vide du générateur de Thévenin équivalent, entre les bornes A et B , à l'association de la source de tension E et du pont de résistances.

b) Montrer que le courant dans l'ampèremètre est nul lorsque les résistances R_1 à R_4 vérifient une relation à préciser. Cette propriété dépend-elle de la valeur de E ? de celle de r ?

c) On dispose de résistances de valeur fixe et précise R_0 et d'une résistance variable R_m , de valeur réglable et connue avec précision.

Proposer une démarche permettant de mesurer la résistance R_x d'un dipôle résistif.

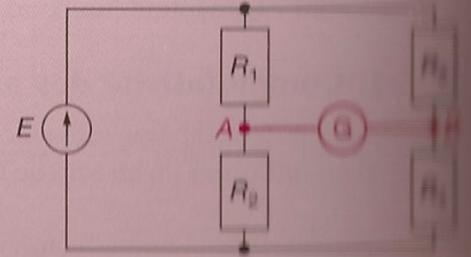


Figure 50